DETERMİNİZM VE MEKÂN

Yalçın Koç

Doçentlik Tezi
Haziran, 1982

İçindekiler

Sayfa

Önsöz .... i-ii

1. Giriş 1-12

2. Ölçme Sorunu 13-23

3. Einstein-Podolsky-Rosen Argümanı

ve Mekânda Ayırılabilirlik 24-38

4. Bell Argümanı

ve Yerel-olmayan Etkileşmeler 39-51

5. Genişletilmiş Kuantum Mekaniği

ve Yerel-olmayan Determinizm 52-73

6. Sonuç 74-82

Ek 1. Yerel-olmayan İmpuls Ölçmeleri 83-84

Ek 2. Yer Değişme Bağıntıları 85

Ek 3. KM^E 'de Beklenilen Değerler 86-87

Ek 4. Genişletilmiş Kuantum Mekaniği

ve Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı 88

Kaynaklar 89-92

Önsöz

Mekân konusu,görelilik kuramı bağlamında mantıkçı pozitivistler tarafından irdelenmiştir.Ancak,mekân'ın,kuantum mekaniği bağlamında yeterli bir şekilde ele alınmış olduğu söylenemez.Bu incelemede, kuantum mekaniğinin mekân ve determinizm hakkında yolaçtığı düşünceler araştırılmaktadır.

Kuantum mekaniğinin temellerinin incelenmesinden dolayı teknik bir anlatım kullanılmak zorunda kalınmıştır.Ancak,bu anlatım,konunun elverdiği ölçüde basitleştirilmiştir.

Mekân ve determinizm hakkında ulaşılan sonuçların,kuantum mekaniğinin felsefî problematiğinden bağımsız oldukları,2.,3. ve 4. bölümlerde gösterilmeğe çalışılmıştır. 5. bölümde,genişletilmiş bir kuantum mekaniğinin,eldeki kuantum kuramı ile tutarlı olarak önerilebileceği gösterilmiştir.Giriş'in başlangıcında ortaya konan sorun çerçevesinde,doğa'daki nesnelerin dinamik tasvirleri için mekân'ın zorunlu olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bu inceleme,uzunca bir zamandır yapmakta olduğum bazı çalışmaların bir ürünü olarak ortaya çıkmıştır.Bu çalışmaların yapıldığı sürece ilgisini hiçbir zaman esirgemeyen hocam Prof.Dr.Ahmed Yüksel Özemre'ye içten teşekkürü bir borç bilirim.

Konunun metafizik ve ontoloji ile ilgili yanlarını Dr.Pınar Canevi ile tartışmak fırsatını buldum.Kendisine,ilgisi ve eleştirileri için teşekkür borçluyum.

Dr.Teoman Duralı'ya,zaman zaman yaptığımız genel felsefi tartışmalar ve doğa bilimlerinin temelleri üzerindeki konuşmalarımız için teşekkürü borç bilirim.

Son yıllarda iki defa uzun dönemli izin almamı ve zamanımı araştırmaya ayırmamı sağlamış olduklarından dolayı Boğaziçi Üniversitesi Beşeri Bilimler Bölümü'ne teşekkür borçluyum.Ayrıca,Fizik Bölümü'ne, bölüm seminerleri verme olanağını tanımış olduklarından dolayı teşekkürü borç bilirim.

Konunun fizik ile ilgili yanlarını zaman zaman Prof.Dr.Yavuz Nutku ve Doç.Dr.M.Ali Alpar ile tartışmak fırsatını buldum.Kendilerine içten teşekkür borçluyum.

İlgisini,sevgisini ve yardımlarını,herkese olduğu gibi bana da hiçbir zaman esirgemeyen dostum ve kardeşim Doç.Dr.Engin D. Akarlı'ya ve eşi Tuna Akarlı'ya içten teşekkürü borç bilirim.

1. Giriş

Bu incelemede ele alınan sorun kısaca şöyle dile getirilebilir: Doğa'daki nesnelerin tasvirleri için mekân[1] zorunlu mudur ?

Mekân'ın,fiilî(actual) dinamik değişkenleri kullanan bazı tasvirlerden kategorik olarak dışarlandığını gösteren bir argüman,aynı zamanda,bu tasvirler bakımından mekân'ın temel ve indirgenemez bir kategori olmadığı görüşünü de getirir.Böyle bir görüşün,ontoloji ve kozmolojinin yanısıra,epistemolojinin temelleri bakımından da önemli olduğu açıktır.

Doğa bilimlerinde XX. yüzyıl'da meydana gelen yapısal değişikliklerin,mekân anlayışımıza getirdiği yenilikler bakımından felsefede yeterince değerlendirilmiş olduğu söylenemez.Bu incelemede,yukarıda belirlenen sorun,XX. yüzyıl fiziğinin temel kuramlarından olan kuantum mekaniği bağlamında irdelenmektedir.

Doğa ve doğa bilimleri,ötedenberi filozofların yakından ilgilendikleri konular arasında yer almıştır.Batı felsefesinin üç bin yıla yaklaşan akışı içinde,doğa'yı,genel ilkeler çerçevesinde anlamaya ve açıklamaya çalıştığı bilinen ilk filozof,Milet'li Thales'tir (İ.Ö.VII-VI).

---

(1) Yer,mahâl anlamlarında kullandığımız "mekân",Arapça'da bir isim olan "kevn" den türetilmiştir."Kevn",olma,var olma,varlık,vücut anlamlarına gelir."Kevn" in fiil şekli olan "kâna",olmak(to be),husule gelmek anlamındadır."Kevn" den türetilen "kâin" ise,mevcut olan, bulunan,var olan,varlık(being,to einai) karşılığında kullanılır. "Kevn" den türetilen "kâinat",var olan şeylerin cümlesi ve "kevniyat" ise kozmoloji anlamına gelir (bkz. Devellioğlu 1970)

Ontolojik içerikli kevn sözcüğü ile mekân arasındaki yakın bağıntı ilginç görünmektedir.Ancak,bu bağıntının,ortaya çıkmış olduğu felsefi ve tarihi bağlamda değerlendirilmesi gerekir.

Thales,canlı-cansız ayırımı yapmadan,doğa'daki şeylerin "archē" si (ilk prensip) olarak su'yu kabûl eder.Herşey su'dan meydana gelir ve tekrar su'ya döner (Laertius 1853,s.14-23).

Archē,Anaximandros'a (İ.Ö.VII-VI) göre áperion (sınırı olmayan, hudutsuz) ve Anaximenes'e (İ.Ö. VI) göre de hava'dır.

Herakleitos (İ.Ö.VI-V) ise,doğa'daki şeylerin archē'sinin ateş olduğunu ileri süren dinamik bir görüş geliştirmiştir.Herakleitos'a göre doğa'daki şeyler sürekli bir akış içindedirler: Panta rei.Doğa'daki değişmeleri ve oluşu (ya da,olagelişi) "logos" düzenlemektedir.

Parmenides (İ.Ö.VI-V),doğru'ya(aletheia),Varlık'ın dialektik yöntemle incelenmesi sonucunda ulaşabileceğimizi ileri sürmüştür.Doğa'nın incelenmesi,Parmenides'e göre,doxa'ya(sanı,vehim) götürür.Doğa'daki değişme(alloioustai) vehmedilmiştir.Varlık değişmez;ne bölünür,ne de yok olur.Parmenides'in öğretisinde,Herakleitos'a karşı olarak,oluş (ginestai) inkâr edilmiştir.

Parmenides'in görüşleri,öğrencisi Elea'lı Zeno (İ.Ö.V) tarafından savunulmuştur.Dialektik ve abese indirgeme(reductio ad absurdum) yöntemlerini geliştiren Zeno,mekân ve hareket'in kabûl edilmesi durumunda paradokslara düşüleceğini göstermiştir.

Değişme ve oluşu açıklamayı deneyen başka bir öneri ise Empedokles (İ.Ö.V) tarafından ileri sürülmüştür.Bu öneriye göre,şeylerin kökeni,toprak-su-hava-ateş olarak belirlenen dört öge'dir (stoikeia).Bu ögeler Parmenides'in Varlığına benzerler: Kendi içlerinde değişmezler;bölünmez ve yok olmazlar.Ancak,mekânda (boşluk'ta) hareket ederler;birbirleriyle belirli oranlarda birleşebilirler;ayrılabilirler.Empedokles'e göre,değişme,dört ögenin mekânda hareketleri (birleşmeleri-ayrılmaları) ile açıklanır.Bu öneri,değişme'nin mekânda hareket'e indirgenmesi şeklinde mekanist bir doğa anlayışı içerir.

Anaxagoras da (İ.Ö.V) mekanist bir doğa görüşü ileri sürmüştür. Anaxagoras'a göre,şeylerin tohumlar'ı(spermata),Empedokles'in ileri sürmüş olduğu gibi dört tane değil de sonsuz sayıdadır.Sonsuz-küçük olan bu tohumlar ne artar,ne de eksilirler;değişmezler.Anaxagoras, Empedokles'ten farklı ve Herakleitos'a benzer olarak,oluşu meydana getiren ve tohumlar'ı mekânda düzenleyerek kaos'tan kozmos'u ortaya çıkaran "Noús" un varlığını kabûl etmiştir.

Antik Yunan filozofları arasında,mekanist bir doğa anlayışını çağımız fiziğine en yakın olarak ortaya koyanı Demokritos'tur (İ.Ö.V-IV).Demokritos'a göre,şeyler,sonsuz-küçük taneciklerden meydana gelmiştir.Sayıları sonsuz olan ve bölünmeyen bu átamon'lar, büyüklük(megetos) ve biçim(skema) bakımından farklıdırlar ve zorunlu bir hareket'e(kinesis) tabidirler.Doğa'da raslantı yoktur.Demokritos, hareketi açıklayabilmek için boşluk'u(to kenon) kabûl etmiştir.Ancak, Demokritos'a göre,boşluk kadar dolu(to pleres) da hareket için önemlidir (Thilly 1953,s.23-47).(1)

Doğa'daki nesnelerin tasviri için uygun bir matematiksel çerçeve oluşturan sonsuz-küçüklerin hesabı (diferansiyel-integral hesap), XVII. yüzyılın ikinci yarısında Newton ve Leibniz tarafından geliştirilmiştir.

Newton kozmolojisinin temel kavramlarından olan mutlak mekân (absolute space),kendi tabiatına veya herhangi bir dış(harici) şeye göre değişmez;herzaman aynı kalır ve hareket etmez.Göreli mekân (relative space) hareket eden bir boyut'tur(dimension);mutlak mekânın ölçü'südür(measure).Göreli mekânı,cisimlerin konum'ları(position) olarak duyularımız(hislerimiz) belirler.

---

(1) Yunan felsefesindeki öteki mekân anlayışları için bkz. Jammer 1969.

Mutlak mekâna benzer olarak,mutlak ve gerçek(true) zaman,hiçbir dış(harici) şeye göre olmaksızın,kendiliğinden ve kendi tabiatından akar(flows).Mutlak zamana Newton'un verdiği başka bir ad süre'dir (duration).Dakika,saat,gün gibi göreli ve görünüşteki(apparent) zaman ise,süre'nin,hareket aracılığı ile elde edilen hissedilebilir dış ölçüsü'dür(sensible external measure) ve gerçek zamanın yerine kullanılır.

Mekân ve zaman,kendilerinin ve başka şeylerin yer'leridir(place). Yer olmaları tabiatlarından dolayıdır.Şeylerin birincil(primary) yerlerinin hareket edebilir olması ise,Newton'a göre,abestir.Bu nedenle,mekân ve zaman mutlak yer'lerdir.Mutlak yerden nakil (translation) ise,mutlak hareket'tir.Sonsuzdan sonsuza kadar,konumların birbirine göre aynı kaldığı yer'ler hareketsizdir(yani,kendileri hareket etmezler);bu düşünce şekline göre de hareketsiz kalmak zorundadırlar.Hareketsiz mekân(immovable space) ise,hareketsiz yer'lerden (immovable space) meydana gelir.

Mekân ve zamanın yanısıra,Newton,kuvvet(force) kavramını,gerçek (true) ve göreli(relative) hareketleri ayırmak için kullanmaktadır. Göreli hareket,hareket eden cisim bir kuvvet ile etkilenmeden meydana gelen veya değişebilen harekettir.Gerçek hareket ise,ancak,hareket eden cisim bir kuvvet ile etkilenerek meydana getirilebilir veya değiştirilebilir(Newton 1962,s.6-12)

Leibniz'e göre mekân,bu mekânda bulundukları kabûl edilen şeylerden bağımsız değildir.Mekân'ın,bu mekânda bulunan şeylere göre herhangi bir mantıksal önceliği yoktur.Monad'ların ve özelliklerinin türevi olması nedeniyle,mekânın varlığı ikincil'dir(secondary) (Rescher 1967,s.89).Leibniz'e göre mekân (ya da,uzam(extension)), birlikte varoluşun düzen'i(order),ya da düzenleri sonucu ortaya çıkan bağıntılardır (Rescher 1967,s.89,dipnot).

Clarke-Leibniz mektuplarında,Clarke,Newton'u savunarak mekânın mutlaklığını ve boşluk'un(void) varolduğunu ileri sürmektedir.Ancak, Leibniz,yeterli neden ilkesi'ne(principle of sufficient reason) (Broad 1975,s.10-12) dayanarak mekânın mutlak olduğu tezini reddeder. Ayrıca,boşluğun,mutlak mekânın özel bir hâli olduğunu gösterir.Dolayısıyla,boşluğu da inkâr etmiş olur (Rescher 1967,s.94).[1]

Önceleri Leibniz ve Wollf'u izleyen,daha sonra da İngiliz empirizminin (Locke,Shaftesbury,Hume) etkisinde kalan Immanuel Kant'a göre, mekân,dış deney'lerimizden(outer experience) çıkartılan empirik bir kavram değildir(Kant 1965,s.68).Saf Aklın Kritiği'nin Transendental Estetik bölümünde ileri sürdüğü düşüncelere göre,mekân,dış sezgi'mizin(outer intuition) temelinde bulunan zorunlu ve a priori bir tasavvur'dur(representation).Mekânın mevcut olmadığını düşünemeyiz;ancak, nesnelerden(objelerden) boşaltılmış (yani,boş) mekânı düşünebiliriz (a.g.e.,s.68).

Mekân tek'tir.Ayrı mekânlardan söz edilmesi hâlinde,bu mekânlar, kuşatıcı olan tek mekânda yer alırlar(a.g.e.,s.69).Mekân,Kant'a göre, şeyler arasındaki bağıntıların genel bir kavramı değil,saf sezgi'dir (pure intuition).

Geometri,mekânın özelliklerini sentetik ve a priori olarak belirler.Mekânın sentetik ve a priori bilgisinin mümkün olabilmesi için Kant,mekân tasavvur'umuzun(representation) ne olması gerektiğini araştırıyor.Mekân,sadece bir kavram olamaz;çünkü,bir kavramdan,o kavramı öteleyen (aşan) önermeler elde edilemez.Mekân tasavvurumuz, Kant'a göre,kaynağı bakımından sezgi olmalıdır.

Sözkonusu sezgi,a priori olmak zorundadır;yani,nesnelerin algılanmasından evvel zihinde bulunmalıdır.Bu nedenle de,saf sezgi

---

(1) Leibniz'in mekân ve zaman kuramlarının karşılaştırmalı bir açıklaması için bkz. Russell 1971,s.118-130.

(pure intuition) olmalıdır;empirik bir sezgi olamaz.Kant'ın vermiş olduğu bir örneğe göre,"uzay üç boyutludur" önermesi bir deney hükmü (judgement of experience) değildir ve hiçbir deney hükmünden de çıkartılamaz(istidlâl edilemez).

O zaman,nasıl olur da,nesnelerin algılanmasından önce gelen bir dış sezgi(outer intuition) zihinde bulunur ve nesneler(objeler) a priori olarak belirlenir (a.g.e.,s.70) ? Zihin,Kant'a göre,nesnelerin vasıtasız tasavvur'unu(immediate representation),yani,sezgisini edinir.Kant,bu açıklamanın,geometrinin a priori sentetik bilgi olarak mümkünlüğünü anlaşılabilir kılan tek açıklama olduğunu ileri sürüyor (a.g.e.,s.71).

Mekân,dış sezgiyi mümkün kılan hassasiyet'in(sensibility,duyumsallık) öznel şart'ıdır(subjective condition) (a.g.e.,s.71).Kant'a göre, bu açıklamalar,mekân'ın,dış deneylerimiz ve nesneler bakımından empirik gerçeklik'ini(empirical reality) ve insan aklı bakımından da aşkın idealite'sini(transcendental ideality) oluştururlar (a.g.e., s.73).(1)

Kant'a göre,mekân,kendi içinde şey'lerin(thing in itself,das Ding an sich) içsel özellik'i(intrinsic property) değildir.Kendi içinde şeyler bizce bilinmezler.Dış nesneler(outer objects) olarak adlandırdıklarımız ise,hassasiyet'imizin(sensibility) yalnızca tasavvur'larıdır(representation).Mekân,bu hassasiyet'in form'udur(a.g.e.,s.73-74).

Alfred North Whitehead,Maxwell'in geliştirmiş olduğu elektromanyetik kuram ve Einstein'ın görelilik kuramlarında ortaya çıkan dört boyutlu mekân-zaman kontinyuum'unun,kozmoloji anlayışımıza uzamsallık (extensiveness) kavramını getirdiğini ileri sürüyor.Whitehead'e göre, Descartes,Newton,Locke,Hume ve Kant'ın kozmolojileri bu tür bir kavramı dikkate almaksızın şekillendirilmişlerdir.Oysa,çok daha önceleri,

---

(1) Kant,mekân anlayışını,Prolegomena'da da açık seçik olarak dile getiriyor;bkz. Kant 1965,s.32-34,68-69.

Platon,Timaeus'da çizmiş olduğu evren resminde uzamsallık'ı geometri bağlamında dikkate almaktadır (Whitehead 1929,s.127).

Whitehead,Newton kozmolojisinin tabiatında bir çelişki bulunduğunu ileri sürüyor.Sözkonusu kozmoloji,mekânın tutulması(işgâl edilmesi, occupancy) için tek bir olanağa(mode) izin vermektedir: "Bu madde parçası,bu süresiz an'da(durationless instant),bu bölgeyi tutuyor (işgâl ediyor)." Mekândaki bu yer tutma,diğer bir an,herhangi başka bir madde parçası veya mekânın diğer bir bölgesine atıfta bulunmaksızın,son gerçek olgu(final real fact) olarak kabûl edilmiştir.

Whitehead,Newton doktrinini kabûl edersek,şu soruların sorulabileceğini belirtiyor: "Bir an'da hız(velocity) nereye gitti ? Gene soruyoruz-Bir an'da impuls(momentum) nereye gitti ?"

Whitehead'e göre,hız ve impuls Newton fiziğinin temel kavramlarıdır;ancak,bu kavramlar Newton fiziği bakımından anlamsızdır.Hız ve impuls kavramları,seçilmiş herhangi bir an'da,şeylerin diğer yerler ve zamanlardaki durumlarının da,mekânın maddesel bakımdan tutulmasının (işgâl edilmesinin) temel karakteristiği olarak kabûl edilmesini gerektirir.Ancak,Whitehead'e göre,Newton'un görüşleri,yer tutma (işgâl etme) bağıntısının bu şekilde değiştirilmesine izin vermez. Bu nedenle,Whitehead,Newton'un kozmoloji tasavvurunun,tabiatı bakımından tutarsız(inconsistent) olduğunu ileri sürüyor.

Whitehead'e göre,diferansiyel hesabın matematiksel incelikleri de bu güçlüğün giderilebilmesi için yetersizdir.Sözkonusu güçlük,matematiksel terimlerle şöyle dile getirilebilir: Newton fiziğinin yer tutma(occupancy) kavramı,bir fonksiyonun seçilmiş bir noktadaki değerine tekabül eder.Ancak,Newton fiziği,yalnızca,fonksiyonun bu noktadaki limitini zorunlu kılar.Oysa,Newton kozmolojisi,yalın olgu'yu(bare fact) gösteren fonksiyon değerinin,diğer yerler ve zamanlara atıfta bulunan limit ile neden değiştirilmesi gerektiğine dair herhangi bir ipucu vermez (Whitehead 1968,s.144-145).(1)

Whitehead'in metafiziğindeki temel kategori süreç'tir(process). Süreç,uzam'ı(extension) gerektirir(Whitehead 1925,s.202;Leclerc 1958,s.12).

Whitehead,Descartes'in,evrenin mekân bakımından bir kontinyuum olduğunu kabûl ettiğini ileri sürer.Descartes'e göre,fiilî(actual) entitelerden en az bir türü,kendi içinde uzamlıdır: Res extensa. Bu cevher(substance,töz),evreni,mekân bakımından bir doluluk(plenum) olarak belirler.Uzamlı süreklilik(extensive continuity),fiziksel gerçek'in(physical actuality) aslî bir özelliğidir.Ancak,Descartes'a göre,zamansal süreklilik(temporal continuity),fiziksel gerçeğin aslî bir özelliği değildir.Zamansal süreklilik,gerçek'lerin(actualities) birbirini izlemelerinin özelliği olarak ortaya çıkar (Leclerc 1958, s.65,73-74;Descartes 1975,s.107-108).

Oysa,Whitehead'e göre,uzamlı süreklilik(extensive continuity), fiziksel gerçek'in(physical actuality) aslî bir özelliği değildir. Whitehead,fiziksel gerçekte bir oluş süreci(process of becoming) bulunması gerektiğini ileri sürüyor.Mekân bakımından düşünülen uzamlı süreklilik ise,bu oluş sürecinin türevi olarak ortaya çıkar.Ancak, Whitehead,uzamlı sürekliliğin,Descartes'in zamansal uzamlı süreklilik kavramına benzer bir şekilde açıklanması gerektiğini de kabûl ediyor.

Whitehead'in metafiziğindeki oluş(becoming) atomsal'dır.Süreç kategorisine göre,fiilî(actual) entiteler (şeyler),oluş'un,yeni bir döneme ait(epochal) birimleri olarak ortaya çıkarlar.Her bir gerçek (actuality),oluş'un,bir diğerinden farklı birim süreç'leridir(unit process).Süreklilik,bir diğerinden farklı ve tamamlanmış oluş birimlerinin birbirini izlemesi şeklinde ortaya çıkar;bunun sonucu olarak da dünyanın uzamsal sürükliliği oluşur.Whitehead'e göre,uzamsal

---

(1) Karşılaştırmalı bir değerlendirme için bkz. Leclerc 1958, s.5-11.

sürekli dünya(extensive continuous world) fiilî(actual) bir entite değildir. Bir şey'in oluştuğunu(become) kabûl etmemiz hâlinde ise, Zeno'nun yöntemini kullanarak, oluş'un sürekli olmadığı kanıtlanabilir.(1) Whitehead'e göre, oluşun sürekliliği(continuity of becoming) mümkün değildir (yani, olamaz); mümkün olan, sürekliliğin oluşu'dur (becoming of continuity). Yani, diğer bir deyişle, uzamsallık oluşur; ama, oluş'un kendisi uzamsal değildir. Whitehead, bu düşüncelere dayanarak, temel metafiziksel gerçeğin(reality) atomizm olduğunu ileri sürüyor (Whitehead 1929, s.48-49, 84-114; Leclerc 1958, s.71-75).

Mantıkçı pozitivistlerin, fizikte meydana gelen yapısal değişiklikleri felsefe bağlamında incelemiş olduklarını biliyoruz. Reichenbach, matematiğin mümkün mekânları açığa çıkardığını ve fiziğin de, bu mümkün mekânlardan hangisinin fiziksel mekânı gösterdiğine karar verdiğini ileri sürüyor. Kant'a karşı olarak, fiziğin, deney ve gözlemler aracılığı ile fiziksel mekânın geometrisini belirlediğini kabûl ediyor (Reichenbach 1957, s.6). Bu nedenle, mekân ve zamanın felsefesi, Reichenbach'a göre, Eistein'ın görelilik kuramının felsefesidir(a.g.e., s.xiv).

Einstein'ın özel ve genel görelilik kuramları, Newton kozmolojisinin mutlak mekân, mutlak zaman ve eş-zamanlılık(simultaneity) gibi temel kavramlarının değişik düşünülmelerine yolaçmaktadır.(2) Bu farklılıklara rağmen, özel ve genel görelilik, klâsik anlamda determinist kuramlardır.

Görelilik kuramlarının verdiği tasvirlerde, klâsik fizikte olduğu gibi, mekân ile (impuls ve enerji) gibi dinamik değişkenler arasında, birinin kesin(certain) bilgisinin diğerinin kesin bilgisini dışarla-

(1) Whitehead, Zeno'nun paradokslarında, yetersiz matematiksel bilgi nedeniyle ortaya çıkan geçersiz kısımlar bulunduğunu ileri sürüyor. Ancak, bu geçersiz kısımların, paradokslardan ayıklanması hâlinde, geriye geçerli argümanlar kaldığını kabûl ediyor (Whitehead 1929, s.94).

(2) Bkz. Sklar 1977.

ması şeklinde kategorik bir bağdaşmazlık(incompatibility) bulunmaz. Üstelik,klâsik fizikten farklı olarak,mekân ve zaman,tek bir mekân-zaman değişkeninde birleştirilmiştir.

Özel ve genel görelilik kuramlarının çerçevesinde düşünülen ölçme'ye göre,klâsik mekanikte olduğu gibi,ölçülen dinamik değişkenin belirli(determinate) değerini kullanarak,ölçme öncesindeki belirli değerini bulabiliriz.Ölçülen dinamik değişkenin,ölçme öncesinde ve sonrasında belirli değerleri bulunması nedeniyle,sözkonusu dinamik değişken,ölçme öncesinde de,sonrasında da fiilî'dir(actual).

Ancak,kuantum kuramında farklı bir durumla karşılaşıyoruz.Kuantum mekaniğine göre,ölçme öncesi ile sonrasını veren tasvirler arasında kategorik bir ayrım yapılması zorunludur.

Kuantum mekaniği çerçevesinde düşünülen ölçme'ye göre,ölçülen dinamik değişkenin ölçme sonrasındaki belirli değerini kullanarak, ölçme öncesine ait kesin(certain) ve belirli(determinate) bir değer bulunamaz.

Ölçme öncesini veren tasvirlere göre,dinamik değişkenin ölçme sonrasında ortaya çıkabilecek değerlerinden ancak belirli olasılık'larla sözedebiliriz.Bu durum,elbette,dinamik değişkenlerin ölçme öncesinde belirli değerleri bulunmasını gerektirmez.Dolayısıyla,sözkonusu dinamik değişken,ölçme öncesinde kuvvede mevcut'tur(potential);ölçme sonrasında ise fiilî'dir(actual).Kuantum mekaniğinde,ölçme,kuvve'yi (potentiality) gerçek'e(actuality) dönüştürür.Yani,ölçülen değişkeni kuvveden fiile çıkartır.

Kuantum kuramının,özel ve genel görelilik kuramları ile klâsik mekanikten ayrıldığı önemli bir diğer nokta,mekân ile dinamik değişkenleri kullanan tasvirler arasında,birinin öbürünü dışarlaması şeklinde kategorik bir bağdaşmazlık (birlikte bulunamazlık) getirmesidir.Bu kategorik bağdaşmazlık,kuantum mekaniğinin temel bir postülatı olan Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle ortaya çıkar.

Sözkonusu kategorik bağdaşmazlık,nesnelerin tasvirleri ve bu tasvirler arasındaki bağıntıların terimleriyle düşünülen <u>determinizm</u>'in, <u>yerel</u>(local) ve <u>yerel-olmayan</u>(non-local) determinizm gibi iki farklı şekilde düşünülmesini gerektirir.Oysa,gerek özel ve genel rölativite kuramlarında,gerekse klâsik mekanikte <u>yerel</u> ve <u>yerel-olmayan</u> ayrımı keyfî olarak düşünülse bile,kategorik bir bağdaşmazlık sözkonusu değildir;yani,keyfî olarak düşünülen bu ayrım gene keyfî olarak ortadan kaldırılabilir.

Ancak,kuantum kuramına göre,ölçme öncesinde dinamik değişkenler <u>fiilî</u>(actual) değildir.Bu nedenle,<u>yerel-olmayan</u>(non-local) tasvirlerin,<u>ölçme</u>'den bağımsız olarak,<u>mekân</u>'ın kategorik bir inkârına yolaçtığı da söylenemez.

Yerel-olmayan tasvirlerde kullanılan dinamik değişkenlerin ölçme öncesinde de <u>fiilî</u>(actual) olduklarının gösterilmesi durumunda,bu tasvirlerin,ölçmeden bağımsız olarak,mekânın kategorik bir inkârına yolaçtığı ileri sürülebilir.Dolayısıyla,Giriş'in başlangıcında ortaya konan sorun çerçevesinde,yerel-olmayan tasvirler için <u>mekân</u>'ın gerekli olmadığı söylenebilir.

Kuantum kuramında,ölçme,dinamik değişkenler bakımından,<u>kuvve</u>'yi (potentiality,potentia) <u>gerçek</u>'e(actuality,actus) dönüştürür.Bu dönüşme mutlaktır;yani,ölçme sonrasındaki <u>gerçek</u>'ten(actuality) hareket ederek,ölçme öncesine ait bir <u>gerçek</u>'i(actuality),kuantum mekaniğinde düşünemeyiz.

<u>Kuvve-gerçek</u>(potentiality-actuality) ayrımı,yukarıda belirlenen çerçevede,<u>sadece</u> kuantum mekaniğine özgüdür.Bu kategorik ayrımın ortaya çıkmasına neden olan <u>ölçme</u>,2. bölümde incelenmektedir.

Ancak,ölçme sonrasındaki <u>gerçek</u>'ten(actuality) hareket ederek,ölçme öncesine ait bir <u>gerçek</u>'in(actuality) kuantum mekaniğinden elde edilememesi, böyle bir <u>gerçek</u>'in(actuality) düşünülmesinin imkânsızlığını içermez. 5. bölümde, dinamik değişken <u>impuls</u>'un, ölçme öncesinde de <u>fiilî</u>(actual) olup olmadığı araştırılmaktadır.

Ölçme öncesinde <u>impuls</u>'un <u>fiilî</u>(actual) olduğunun düşünülmesi, kuantum mekaniksel tasvirlerin <u>tam</u>(complete) olup olmadıkları sorusu ile yakından bağlantılıdır. Eğer, ölçme öncesinde <u>fiilî</u>(actual) bir impuls düşünülebilirse, kuantum mekaniksel tasvirler, bu impulsu <u>fiilî</u> (actual) olarak belirlemediklerinden dolayı, <u>tam olamazlar</u>. 3. bölümde, kuantum mekaniksel tasvirlerin tam olmadığını ileri süren Einstein-Podolsky-Rosen argümanı, <u>etkileşme</u>(interaction) ve <u>mekânda ayırılabilirlik</u>(seperability) konuları da dikkate alınarak incelenmektedir.

Kuantum mekaniksel tasvirlerin tam olmadıklarının <u>geçerli</u> bir argümanla gösterilmesi, <u>tam</u> bir kuantum mekaniğinin düşünülmesini de mümkün kılar. 5. bölümde yeni bir impuls kavramı tanımlanarak, genişletilmiş bir kuantum mekaniği önerilmektedir.

Ancak, kuantum mekaniksel tasvirlerin genişletilmeleri, Bell teoremi ile sınırlandırılmıştır. 4. bölümde, Bell teoremi belirlenmekte ve bu teoremin Einstein-Podolsky-Rosen argümanının yadsınmasına yolaçıp açmadığı incelenmektedir. Yerel-olmayan etkileşme ve gizli dinamik değişken konularına değinilerek, 5. bölümde geliştirilen genişletilmiş kuantum mekaniğinin Bell teoremi ile tutarsızlığa yolaçıp açmadığı araştırılmaktadır.

2. Ölçme Sorunu

Klâsik fizik (mekanik,istatistik mekanik,elektromanyetik,v.d.), nesneleri iki farklı türde tasvir eder:

(i) mekân ve zamanda belirli yerler tutan nesneler (yani,gezegenler, havada giden top mermisi gibi yerel(local) nesneler),ve

(ii) mekân ve zamanda yayılmış alanlar (yerçekim alanı,mıknatıs alanı gibi).

Yerel nesneler,matematiksel bakımdan uygun bir mekânda maddesel nokta'lar(material points) ile,ve alanlar da,yayılmış oldukları mekân ve zamanın herbir noktasındaki vektör (ya da,tansör) bileşenleri ile gösterilirler.

Klâsik fiziğe göre,(hız,enerji gibi) nicelikler sonsuz-küçük (infinitesimal) ölçüde bölünebilirler.Bu bölünebilirlik,klâsik fiziğin matematiksel yapısını oluşturan diferensiyel-integral hesabın,sonsuz-küçüklerin hesabı olması nedeniyle mümkün kılınır.Bundan dolayı da, (enerjinin artması,eksilmesi gibi) değişmeler süreklidir.

Ancak,klâsik fiziğin çerçevesinde oluşturulan tasvirler,doğa'daki nesnelerin temel tasvirleri değildir. 1900 yılında,Max Planck'ın kara cisim yayınımı'nı(black body radiation) açıklamak için kullandığı bir varsayıma göre,harmonik osilatörün enerjisi kuantize'dir; yani,kesintili değerler ile sınırlandırılmıştır.

Sözkonusu varsayıma göre,harmonik osilatörün enerjisi sonsuz-küçük ölçüde bölünemez.En küçük değişme birimi "$h\nu$" dur; "ν",ösilatörün frekansını ve "h" de,Planck sabitini gösterir.Osilatörün enerjisi, "$h\nu$" nun herhangi bir tam sayı katı olabilir: $nh\nu$,$n=0,1,\ldots$. Dolayısıyla,enerjinin değişmesi sürekli değildir.

Kuantum kuramı,niceliklerin en küçük birimleri oldukları kabûl edilen kuantum'ların fiziksel özelliklerini inceler.Kuantum'lar, Demokritos'un atamon'ları gibi daha küçük parçalara bölünmezler.Bu birimler,klâsik fizikten farklı olarak,sonsuz-küçük değildir.Kuantumların büyüklüğü,Planck sabiti ($h = 6.625 \times 10^{-27}$ erg-sn) ile belirlenir.

Niceliklerin(değişkenlerin) sonsuz-küçüklere bölünemez olduklarının kabûlünün yanısıra,kuantum mekaniğinin klâsik fizikten ayrıldığı diğer önemli bir nokta,fiziksel nesnelerin tabiatında tanecik-dalga düalitesi bulunduğunu kabûl etmesidir.Sözkonusu düalite (bkz. Koç 1978,s.19-37) iki yanlı düşünülmek zorundadır: Alanlar,yerel-nesnelerin özelliklerini ve yerel-nesneler de,alanların özelliklerini gösterirler.

Einstein,ışığın (yani,elektromanyetik alanın) enerjisinin mekânda sürekli olarak dağılmadığının varsayılması durumunda,kara cisim yayınımı,ışığın dönüşümü ve salınımı gibi olayların daha iyi anlaşılacağını ileri sürüyor.Bu varsayıma göre,bir nokta kaynaktan yayılan ışığın enerjisi,mekânda yerel olma özelliğine sahip sonlu sayıda enerji kuantumlarından oluşur.Herbir kuantumun enerjisi "$h\nu$" ile gösterilir; h,Planck sabitini ve, ν da,elektromanyetik alanın (yani,ışığın) frekansını gösterir.Enerji kuantumları bölünmeden hareket ederler;tam birimler olarak üretilir ya da soğurulurlar (Einstein 1905,s.367). Einstein,bu varsayımı kullanarak foto-elektrik olayını (bir metalin üzerine ışık düşürülmesi durumunda,metalin yüzeyinden elektronların kopmasını) açıklamıştır.

Mekâna yayılan elektromanyetik alanın enerjisinin,yerel-nesnelere ait özellikler göstermesinin 1905'te Einstein tarafından kabûl edilmesinden sonra,yerel-nesnelerin alansal özellikler gösterdiği,1923'de L. de Broglie tarafından önerilmiştir. de Broglie,yerel-nesne olduğu kabûl edilen elektron'un impuls'unun,bu elektrona tekabül ettiği düşünülen dalga'nın dalga boyu ile ters orantılı olduğunu ileri sürmüştür. Yani, yerel-nesnenin impulsu p, Planck sabiti h 'yi, yerel-nesneye tekabül ettiği düşünülen dalganın, dalga boyu λ ile bölerek elde edilir.(1)

Kuantum mekaniği, 1925'te, W.Heisenberg tarafından matris cebiri olarak ortaya konmuştur (Heisenberg 1949). 1926'da ise, E.Schrödinger, kuantum mekaniğini, de Broglie varsayımını kullanarak ve nesnelerin temel tasvirlerinin sanal(complex) dalgalar ile belirlendiğini kabûl ederek kurmuştur. Aynı sonuçları vermeleri nedeni ile, Heisenberg ve Schrödinger formülasyonları eş-değer kabûl edilirler.

Schrödinger formalizmine göre, fiziksel nesnelerin tam bir tasvirini verdiği kabûl edilen sanal dalga fonksiyonunu şöyle yazarız:

$$\psi(\vec{r},t) = A\, e^{(2\pi i/h)(\vec{p}.\vec{r}-Et)} \qquad \ldots (1)$$

A, normalizasyon sabitini, h, Planck sabitini, $\vec{p}$, taneciğin impulsunu, ve E de, taneciğin enerjisini gösterir. $\vec{r}$, koordinatlara ve t de, zamana tekabül eder.

Tanecik-dalga düalitesini, $\vec{p}$ yerine $\hbar\vec{k}$ ve, E yerine $\hbar w$ kullanarak açıkça dile getirebiliriz. O zaman, (1) denklemi şöyle yazılır:

$$\psi(\vec{r},t) = A\, e^{i(\vec{k}.\vec{r}-wt)} \qquad \ldots (2)$$

$\vec{k}$, taneciğe tekabül ettiği kabûl olunan de Broglie dalgasının dalga sayısı vektörünü, ve w da, aynı dalganın açısal frekansını gösterir.

Tanecikleri tasvir eden sanal ψ dalgaları ile de Broglie dalgalarının, yorumlanışları ve kuantum mekaniğindeki kullanılışları bakımından aynı olmadıklarına dikkat etmek gerekir.

Kuantum mekaniğinde, taneciğin hâlini tasvir eden dalga fonksiyonunun fiziksel bakımdan anlamlı olabilmesi için, bu fonksiyonun kendisi-

(1) Yerel-nesneler tekabül ettikleri düşünülen de Broglie dalgalarının ölçülebilir olup olmadıkları halâ bir araştırma konusudur; bkz. Popper et al. 1981.

nin ve birinci dereceden koordinat türevinin sonlu ve sürekli oldukları kabûl edilir.

M.Born,nesnelerin tam bir tasvirini verdiği (yani,mümkün tüm bilgiyi içerdiği) kabûl olunan ψ 'yi,bir olasılık dalgası şeklinde yorumlamıştır.Tek boyutta, $\psi^*(x)\psi(x)dx$,taneciğin x ile $(x+dx)$ arasında bulunmasının olasılığını gösterir.Fourier analizi ile,dalga fonksiyonunu, $\phi(k)$ şeklinde de yazabiliriz.O zaman, $\phi^*(k)\phi(k)dk$,taneciğin impulsunun hk ile $h(k+dk)$ arasında bulunmasının olasılığını verir.Ayrıca,sanal dalga fonksiyonlarını kullanarak olasılık akısı (probability flux) tanımlanır ve süreklilik denklemi yazılır (Bohm 1959,s.97-98;Wieder 1973,s.78-83).

Nesnelerin fiziksel hâllerini tasvir ettikleri kabûl olunan olasılık dalgaları,gözlenebilir'lere(observable) bağlı olarak düşünülürler. Enerji,impuls,açısal momentum,spin gibi nicelikler,kuantum kuramındaki gözlenebilirleri oluşturur.

Bir gözlenebilirin ölçmede alacağı mümkün değerler,bu gözlenebilirin spektrum'unu meydana getirir.Bu spektrum,sürekli veya kesintili, ya da kısmen kesintili ve sürekli olabilir.Herbir mümkün ölçme sonucuna,dejenerasyon olmaması durumunda,bir dalga fonksiyonu tekabül eder.

Bir gözlenebilir belli bir değere sahip ise,o zaman,taneciğin fiziksel hâlinin,bu değere tekabül eden sanal dalga fonksiyonu ile tasvir edildiği kabûl olunur.Bir gözlenebilirin spektrumundaki mümkün değerler,öz-değerler(eigenvalues) ve bu değerlere tekabül eden fonksiyonlar da,öz-fonksiyonlar(eigenfunctions) terimleri ile adlandırılır.

Kuantum kuramında,bir gözlenebilirin belli bir öz-değere sahip olabilmesi ve taneciğin fiziksel hâlinin,bu öz-değere tekabül eden öz-fonksiyon ile tasvir edilebilmesi için,sözkonusu gözlenebilirin ölçülmüş olması gerekir.Sözkonusu gözlenebilirin ölçülmemiş olması durumunda, kuantum mekaniğine göre, bu gözlenebilirin belirli değerleri olamaz.

Ölçme öncesi için, taneciğin fiziksel hâlini, belli bir gözlenebilirin öz-değerlerine tekabül eden öz-fonksiyonlar cinsinden bir toplam ile anlatabiliriz. Bu toplama giren öz-fonksiyonların katsayılarının mutlak değerlerinin karesi, ölçme sonrası için, taneciğin bu öz-fonksiyonlar ile gösterilen fiziksel hâllerde bulunmasının olasılıklarını belirler. Bu olasılıklar, aynı zamanda, ölçme sonucu olarak elde edilebilecek değerlerin de olasılıklarıdır.

Şöyle bir örnek verebiliriz. Sözkonusu gözlenebilirin impuls olduğunu düşünelim ve bu gözlenebiliri P ile gösterelim. P 'ye tekabül eden impuls operatörü $\hat{p}$ 'nin kesintili(discreet) bir spektrumu olduğunu kabûl edelim. Tanecik üzerinde impulsun ölçülmesi, $\hat{p}$ 'nin, $p_1, p_2, \ldots$ ile gösterilen öz-değerlerinden bir tanesini verecektir. Bu öz-değerlere tekabül eden öz-fonksiyonların $\phi_1(p), \phi_2(p), \ldots$ ile gösterildiğini düşünelim. Tanecik üzerinde impuls ölçülmeden önce, taneciğin başlangıç hâlini $\Phi(p)$ dalga fonksiyonu ile gösterdiğimizi düşünelim. $\Phi(p)$ 'yi, $\phi_i(p)$ öz-fonksiyonlarının terimleriyle şöyle yazarız:

$$\Phi(p) = a_1\phi_1(p) + a_2\phi_2(p) + \ldots \qquad \ldots (3)$$

Herhangi bir $|a_i|^2$, ölçmenin hemen sonrası için, taneciğin fiziksel hâlinin $\phi_i(p)$ öz-fonksiyonu ile tasvir edilmesinin ve impuls öz-değerinin p_i olmasının <u>olasılığını</u> verir. $\Phi(p)$ normalize edilmişse, öz-değer olasılıklarının toplamı <u>bir</u>'dir:

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 + \ldots = 1 \qquad \ldots (4)$$

Kuantum kuramını klâsik fizikten ayıran diğer önemli bir nokta, kuantum mekaniğindeki bazı niceliklere tekabül eden operatörlerin çarpmada yer değiştirmemesidir. Çarpmada yer değiştirmeyen gözlenebilir ikilileri, <u>konjüge dinamik değişkenler</u> terimi ile adlandırılır. Kuantum mekaniğinde, koordinat ve impulsa tekabül eden $\hat{r}$ ve $\hat{p}$ operatörleri çarpmada yer değişmezler[1]:

$$\hat{r}.\hat{p} \neq \hat{p}.\hat{r} \qquad \ldots (5)$$

(5) denkleminin, fiziksel bakımdan şöyle yorumlanması gerekir:

(i) <u>önce</u> koordinatı, <u>sonra</u> da impulsu ölçeriz; veya

(ii) <u>önce</u> impulsu, <u>sonra</u> da koordinatı ölçeriz.

(i), (5) denkleminin sol yanının, (ii) de sağ yanının yorumudur. Eğer, (i) 'i seçerek impulsu ölçersek, bulacağımız değer, (ii) 'yi seçmiş ve impulsu ölçmüş olsaydık, bulmuş olduğumuz değerden <u>farklı</u> olurdu. Yani, kuantum mekaniğine göre, (i) ve (ii) 'deki impuls değerleri <u>eşit değildir</u>. Oysa, klâsik mekaniğe göre, bu değerlerin aynı olması gerekir; yani, (i) 'de ve (ii) 'de elde edilecek impuls değerleri <u>farklı olamaz</u>. Klâsik ve kuantum kuramları arasındaki bu fark, kuantum mekaniğinin ve doğa bilimlerinin temelleri bakımından son derece önemlidir.

(5) denkleminin içerdiği fiziksel sonuçlar, kuantum kuramında, <u>Heisenberg yer değiştirme bağıntıları</u> (commutation relations) ile anlatılır:

$$\left.\begin{aligned} [\hat{x}_i, \hat{x}_j] &= [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0 \\ [\hat{x}_i, \hat{p}_j] &= \hat{x}_i\hat{p}_j - \hat{p}_j\hat{x}_i = i\hbar\delta_{ij}\hat{I} \;\; ; \; i,j = 1,2,3 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (6)$$

$\hat{I}$, birim matrisi, δ_{ij}, Kronecker δ'sını, $\hat{x}_i$ ile $\hat{p}_j$ de koordinat ile impulsa tekabül eden operatörleri gösterirler.

Serbest bir taneciğin fiziksel hâlini, x boyutunda,

$$\psi = e^{(2\pi i/h)p_o x} \qquad \ldots (7)$$

dalga fonksiyonu ile gösterelim. İmpuls operatörü $\hat{p}_x$ şöyle tanımlanır[2]:

$$\hat{p}_x = (h/2\pi i)\partial/\partial x \qquad \ldots (8)$$

---

(1) Kuantum mekaniğinde, koordinatlar ve impuls, Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle, aynı tasvir içinde yer alamazlar. Bu bakımdan, (5) denklemindeki çarpım, vektörel bakımdan bir iç çarpım olarak düşünülemez.

(2) (8) denkleminde verilen tanımdan anlaşıldığı (devam ediyor)

Taneciğin fiziksel hâli ψ ile tasvir edildiğinde, taneciğin impuls değeri, $\hat{p}_x$ 'i, ψ üzerine uygulayarak bulunur:

$$\hat{p}_x\psi = (h/2\pi i)\partial\psi/\partial x = p_o\psi \qquad ...(9)$$

(9) denkleminin fiziksel anlamı şudur: Serbest taneciğin fiziksel hâli, (7) denklemindeki dalga fonksiyonu ψ ile tasvir edildiğinde, taneciğin impuls değeri p_o 'dır.

Taneciğin fiziksel hâli (7) denklemindeki dalga fonksiyonu ile tasvir edildiğinde, taneciğin mekândaki yerini belirlememiz mümkün değildir. Yani, kuantum mekaniğini kullanarak taneciği mekânda lokalize edemeyiz:

$$\hat{x}\psi \neq x_o\psi \qquad ...(10)$$

Tanecik, ψ ile tasvir edildiğinde, x_o 'ın a ile b arasında bulunmasının göreli olasılığı P(a,b) şöyle bulunur:

$$P(a,b) = \int_a^b \psi^*\psi\, dx = \int_a^b dx = b - a \qquad ...(11)$$

P(a,b), a 'dan bağımsız olduğundan ve (b - a) ile belirlendiğinden dolayı, mümkün x değerlerinin olasılıkları eşittir (Einstein et al. 1935, s.778). Taneciği ölçerek mekânda lokalize edersek, o zaman da taneciğin fiziksel hâlini artık (7) denklemindeki dalga fonksiyonu ile tasvir edemeyiz. Dolayısıyla, impuls değerinin p_o olduğunu da artık söyleyemeyiz.

Bu sonuçlar, Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle ortaya çıkarlar. Genel olarak, A, B, ve C gözlenebilirlerini gösteren Hermit operatörleri $\hat{A}$, $\hat{B}$ ve $\hat{C}$,

$$[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C} \qquad ...(12)$$

yer değişme bağıntısını sağlıyor iseler, bu gözlenebilirlerin ölçümleri, ölçülen sistemin ψ gibi bir hâli için:

$$(\Delta A)_\psi \cdot (\Delta B)_\psi \geq (1/2)\langle C\rangle_\psi \qquad ...(13)$$

(s. 18 'den devam) gibi, impuls operatörü $\hat{p}_x$, x ekseni üzerinde sonsuz-küçük <u>yer değiştirmeler</u>'e (translations) yolaçar (Wieder 1973, s.76). Ancak, bu yer değiştirmelerin sanal olduklarına dikkat etmek gerekir.

ile gösterilen Heisenberg Belirsizlik Bağıntısını da sağlamak zorundadırlar (Wieder 1973,s.64-65). $(\Delta A)_\psi$ ve $(\Delta B)_\psi$, ψ ile tasvir olunan hâl için,A ve B gözlenebilirlerindeki <u>belirsizlikleri</u> gösterirler. $\langle C \rangle_\psi$, ψ hâli için,C 'nin <u>beklenilen değeri</u>'dir(expectation value).

(6) denklemindeki yer değiştirme bağıntılarını kullanarak, Heisenberg Belirsizlik Bağıntısını gösteren (13) denklemi,koordinat x_i ve impuls p_j 'nin terimleriyle şöyle yazılır:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_i . \Delta x_j &\geq 0 \\ \Delta p_i . \Delta p_j &\geq 0 \\ \Delta x_i . \Delta p_j &\geq (1/2)\hbar \delta_{ij} \;;i,j=1,2,3 \end{aligned}\right\} \quad . . . (14)$$

(14) 'e göre,koordinat x_i ve impuls p_i 'nin belirsizliklerinin çarpımı ($\hbar$/2) 'den daha küçük olamaz.Yani, ψ ile tasvir olunan bir hâl için,x_i ve p_i,<u>birlikte kesinlikte bilinemez</u>.Eğer,impuls p_i 'yi kesinlikle biliyorsak,p_i 'nin belirsizliğini gösteren Δp_i sıfırdır; o zaman,koordinat x_i 'nin belirsizliği Δx_i sonsuza gider;yani,tanecik, ψ hâli için,kuantum mekaniğini kullanarak mekânda lokalize edilemez.

Dinamik sistemin fiziksel hâlini tasvir eden sanal dalga fonksiyonu ψ 'nin değişmesi,Schrödinger denklemi ile belirlenir.(1) Bu değişme <u>determinist</u> ve <u>nedensel</u>'dir(causal).

Kuantum mekaniği,<u>küçük</u> (ya da,<u>mikro</u>) şeylerin dinamiğini tasvir etmek için kullanılan bir kuramdır.Kuantum mekaniğinin kurucularından Dirac,nesnelerin <u>küçük-büyük</u> ayrımını <u>ölçme</u> üzerinde temellendiriyor. Bir nesnenin ölçülmesinde ortaya çıkan etkileşme (ve dolayısıyla,ölçme nedeniyle ölçülen niceliklerin değişmesi) önlenebilir veya

---

(1) Değişmeleri belirleyen denklemler,kullanılan formalizasyona göre değişirler.Heisenberg formalizasyonuna göre,hâl vektörü sabit kalırken,gözlenebilirleri gösteren operatörler ve öz-fonksiyonları değişir. Böylece,gözlenebilirlerin beklenilen değerlerinin de değişmesi sağlanmış olur.Etkileşme formalizasyonuna göre,hâl vektörleri ve gözlenebilirler birlikte değişirler.Oysa,Schrödinger formalizasyonunda,operatörler ve öz-fonksiyonları sabittir;sadece hâl vektörü değişir.

ihmâl edilebilirse,bu nesne,Dirac'a göre,mutlak anlamda büyük'tür. Büyük (ya da,makro) nesnelerin tasvirleri için klâsik fizik yeterlidir.Ölçmede ortaya çıkan etkileşme önlenemiyor veya ihmâl edilemiyorsa,ölçülen nesne mutlak anlamda küçük'tür.Küçük (ya da,mikro) nesnelerin tasvir edilebilmeleri için kuantum mekaniğinin kullanılması zorunludur (Dirac 1962,s.3-4).(1)

Ancak,kuantum mekaniksel ölçme sonuçlarının klâsik (makro) terimlerle dile getirilebilir olması gerektiği de açıktır.Yani,kuantum mekaniksel sonuçlar,kuramsal olarak,makro evrene taşınabilmelidir (Bohr 1969,s.230;Bohm 1959,s.31,626).Böyle bir geçiş'in mümkün olduğunu gösteren Ehrenfest teoremi,klâsik ve kuantum mekanikleri arasında bir uygunluk(correspondence) sağlar (Kemble 1937,s.49-51;Kramers 1958,s.110-112;Bohm 1959,s.195,265).Uygunluk İlkesi'nin(Correspondence Principle) çerçevesinde,klâsik hareket denklemleri,kuantum mekaniğinden elde edilir.(2)

Kuantum mekaniksel bir sistem ile makro bir ölçme aygıtının etkileşmesini tasvir eden bir kuramın bulunmadığına dikkat etmek gerekir (Wigner 1971,s.7).Üstelik,Bohr'un Tümleyenlik(Complementarity) İlkesi'ne göre de,ölçülen ve ölçen nesnelerin dinamik tasvirleri karşılıklı ayrık(mutually exclusive) olmak zorundadır(Scheibe 1973,s.29-35).(3),(4)

---

(1) Dirac,etkileşme yerine,sınırlayıcı rahatsız ediş(limiting disturbance) terimini kullanıyor.

(2) Ancak,Uygunluk İlkesi'nin yeterince sağlam olduğu söylenemez. Kuantum mekaniğinin kuramsal çerçevesi içinde mümkün olan bir düşünce deneyi,bazı makro fenomenlerin zamanda lokalize olmamalarını gerektiriyor.Oysa,klâsik fiziğin çerçevesi içinde,bütün makro fenomenler zamanda lokalize olmak zorundadırlar (Koç 1981(b),s.151-154).

(3)Makro bir aygıtın mikro bir nesneye bağlanması(couple) için bkz. d'Espagnat 1971,s.211-304;Wigner 1971.

(4) Kuantum mekaniğinde ölçme kuramının derli toplu dile getirilişi için bkz. Kemble 1937,s.318-347.Olasılıksal-istatistiksel yorumlar ve ölçme konusunda diğer önemli kaynaklar için bkz. Koç 1978,s.106-160.

Ölçme aygıtı gibi makro bir nesnenin,kuantum mekaniksel tasvirlerle birlikte düşünülmesinden dolayı ortaya çıkan sorunları bir yana bırakırsak,ölçme sorunu,dalga paketi indirgenmesi(wave packet reduction) nedeniyle oluşur.

$\Phi(p)$ 'nin,mikro bir taneciğin başlangıç hâlini tasvir eden bir dalga fonksiyonu olduğunu varsayalım.Kesintili bir spektrum için,başlangıç hâlini gösteren $\Phi(p)$ 'yi,P ile gösterdiğimiz impulsa tekabül eden $\hat{p}$ operatörünün öz-fonksiyonları cinsinden açarız:

$$\Phi(p)=\sum_i a_i\,\phi_i(p) \qquad \ldots(15)$$

Açılım katsayısı a_i 'nin mutlak değerinin karesi $|a_i|^2$,ölçme sonucu olarak p_i değerinin bulunmasının ve ölçmeden sonra taneciğin $\phi_i(p)$ ile gösterilen hâlde kalmasının olasılığını verir.

Tanecik üzerindeki impuls ölçmesi ve p_i sonucunun bulunması:

$$\Phi(p) \longrightarrow \phi_i(p) \qquad \ldots(16)$$

ile gösterilen indirgenme'ye yolaçar.(1)

Taneciğin ölçmeden önceki başlangıç hâli(15) denklemiyle verilen Φ (p) dalga fonksiyonu ile tasvir edildiğinde,taneciğin belirli (determinate) bir impuls değeri yoktur (Pauli 1980,s.67-78).Ancak, ölçme sonrası için,mümkün impuls değerlerinden,bu değerlere belirli olasılıklar atayarak sözedebiliriz.Ölçme,mümkün öz-değerlerden bir tanesini,taneciğin impuls değeri olarak belirler.Taneciğin ölçmeden sonraki fiziksel hâli, $\Phi(p)$ yerine,ölçme sonucu olarak bulunan öz-değere tekabül eden öz-fonksiyon ile tasvir edilir.

(16) 'daki indirgenmeden hemen sonra,tanecik üzerinde ikinci bir impuls ölçmesi yapılırsa,sonuç,kuantum mekaniğine göre gene p_i olarak bulunmak zorundadır.Taneciğin impuls değeri birinci ölçme ile belirlendikten sonra,ikinci impuls ölçmesi,artık ikinci bir indirgenmeye

---

(1) İndirgenmenin ortaya çıkması için spektrumun kesintili olması gerekli değildir.Sürekli bir spektrum için de benzer bir indirgenmenin ortaya çıktığı gösterilebilir (Einstein et al.,1935,s.779-780).

yolaçmaz.

Kuantum mekaniği,(16) 'da gösterilen $\Phi(p)$ 'den $\phi_i(p)$ 'ye geçişi (yani,indirgenmeyi) tasvir etmez.Üstelik,ölçme sonucu p_i 'yi kullanarak,taneciğin ölçmeden önceki impulsunun ne olduğunu da bulamayız. Bu nedenle,kuantum mekaniği endeterminist bir kuramdır.(1)

(16) 'da,impuls terimleriyle dile getirilen indirgenme,benzer olarak,koordinatların ölçülmesinde de ortaya çıkar.Sözkonusu indirgenmenin çözümlenmesi,anlaşılması ve yorumlanması,kuantum kuramındaki ölçme sorununu meydana getirir.

Bölünemezlik,düalite,yer değiştirme bağıntıları,Heisenberg Belirsizlik İlkesi,Uygunluk İlkesi ve indirgenme,kuantum mekaniğini karakterize ederler.Kuantum mekaniği,indirgenme nedeniyle,endeterminist bir kuramdır.

5. bölümde,determinizm,yerel determinizm ve yerel-olmayan determinizm'e ayrıştırılarak incelenmektedir.(2)Başlangıç hâli için belirli değerler içeren yeni bir impuls tanımlanarak,kuantum mekaniğinin yerel-olmayan determinist bir uzantısı önerilmektedir.Ancak,daha önce,3. bölümde,kuantum mekaniksel tasvirlerin tam olmadığını ileri süren Einstein-Podolsky-Rosen argümanını ele alacağız.Daha sonra da, 4. bölümde,kuantum mekaniksel tasvirlerde gizli dinamik değişkenlerin kullanılması durumunda ortaya çıkan tutarsızlıkları belirleyen Bell argümanını inceleyeceğiz.

---

(1) Oysa,klâsik mekanikte durum farklıdır.Başlangıç hâlinden,ölçmeden sonraki hâle geçiş kuramsal olarak mümkündür.Ölçme sonucunu kullanarak,dinamik sistemin ölçmeden önceki hâlinin ne olması gerektiği,hareket denklemlerinden bulunur.Üstelik,tahminler kesindir;yani,olasılıksal değildir.Bu nedenlerden dolayı da,klâsik mekaniğin determinist bir kuram olduğu kabûl edilir.

(2) Bu tür bir ayrım,klâsik mekanik bakımından keyfîdir;ancak,kuantum mekaniği bakımından anlamlı ve gereklidir.

3. Einstein-Podolsky-Rosen Argümanı ve Mekânda Ayırılabilirlik

Niceliklerin bölünemezliği,düalite,yer değiştirme bağıntıları, Heisenberg Belirsizlik İlkesi,Uygunluk İlkesi ve indirgenme ile karakterize edilen kuantum mekaniği (bkz. bölüm 2),deney sonuçları ile uyum sağlayan başarılı bir kuramdır.

Ancak,Einstein,Podolsky ve Rosen,deney sonuçları ile uyuşması bakımından kuantum mekaniğinin doğru(correct) bir kuram olduğunu kabûl etmekle birlikte,geliştirdikleri geçerli(valid) bir argümanın sonucunda kuantum mekaniksel tasvirlerin tam olmadığını ileri sürmüşlerdir (Einstein et al. 1935).Bu argümandan, "EPR Argümanı" olarak sözedeceğiz.(1)

EPR argümanı,kuantum mekaniksel tasvirlerin tam olmadığına dair bir iddianın,kuantum kuramının temel postülatları ile tutarlı (consistent) olarak ileri sürülebileceğini gösterir;dolayısıyla,tam bir kuantum mekaniğinin düşünülmesini mümkün kılar.EPR makalesinde, tam bir kuantum mekaniğinin ne olduğunu ve nasıl kurulabileceğini gösteren herhangi bir öneri yeralmaz.Ancak,EPR argümanın sonucu, 5. bölümde önerilen "yerel-olmayan determinist" kuantum mekaniğine temel hazırlaması bakımından önemlidir.Bu nedenle de,incelenmesi ve ölçme sorununun bağlamında değerlendirilmesi gerekmektedir.

---

(1) EPR argümanı için bkz. Bohm,Aharonov 1957;1960;Bohr 1935; Breitenberger 1965;de Beauregard 1977(a);1977(b);Erlichson 1972; Feyerabend 1968;1969;Fine 1974;Fox 1972;Freund 1981 ;Gardner 1972 ; Ghirardi,Rimini,Weber 1976 ;Hooker 1971 ;Inglis 1961 ;Koç 1980 ; 1981(a);1981(c);1981(e);Krips 1969;Mc Grath 1978;Mirman 1973; Reisler 1971,van Fraassen 1974.Diğer kaynaklar için bkz. Hooker 1972, s. 67.

EPR argümanı,kuantum mekaniğini de kullanarak,şu üç temel varsayım üzerinde temellendirilmiştir:

(i) tamlık koşulu (completeness relation)

(ii) fiziksel gerçeklik ölçütü (physical reality criterion),ve

(iii) mekânda ayırılabilirlik ilkesi (yani,mekânda ayırılmış nesnelerin etkileşmediklerinin kabûlü)

EPR makalesinde,bir fizik kuramının <u>tam</u> olduğunun kabûl edilebilmesi için şu <u>gerekli koşul</u> ileri sürülmüştür:

"Fizik kuramında,fiziksel gerçekliğin herbir ögesine karşılık olan bir öge bulunmalıdır."(Einstein et al.1935,s.777)

Einstein,Podolsky ve Rosen,fiziksel gerçekliği <u>a priori</u> felsefi düşüncelerle belirlemenin mümkün olmadığını kabûl ederler.EPR makalesinde,fiziksel gerçekliği belirleyen tüketici(exhaustive) ve kuşatıcı (comprehensive) bir tanım verilmemiştir;ancak,fiziksel bakımdan gerçek olabilmenin <u>yeterli bir koşulu</u> ileri sürülmüştür:

"Bir fiziksel niceliğin değerini,dinamik sistemi herhangi bir şekilde bozmaksızın,kesinlikle (yani,bir'e eşit olasılıkla) tahmin edebiliyorsak,o zaman,fiziksel gerçekliğin,bu fiziksel niceliğe karşılık olan bir ögesi vardır."(a.g.e.,s.777)

Einstein,Podolsky ve Rosen'a göre,fiziksel gerçeklik ölçütü,klâsik fizikteki ve kuantum mekaniğindeki gerçeklik düşünceleri ile uyuşmaktadır.

Fiziksel gerçeklik ölçütüne göre,belli bir fiziksel niceliğin kesin bir değerini kuantum mekaniğinden elde edebiliyorsak,o zaman, fiziksel gerçekliğin,bu değere karşılık olan bir ögesinin bulunması gerekir.Başka bir deyişle,fiziksel niceliğin sözkonusu kesin değeri <u>gerçektir</u>.

Ancak,fiziksel gerçekliğin tüm ögelerinin fizik kuramında karşılıkları bulunması gerektiğine dair bir koşul EPR makalesinde ileri sürülmemiştir.Dolayısıyla,Einstein,Podolsky ve Rosen'a göre,doğru(correct) olan bir kuramın aynı zamanda tam olması gerekmez.

EPR makalesinde,şu üç şey arasında temel bir ayrım yapılmaktadır:

(i) fiziksel olarak gözlemlenebilen nicelik A,

(ii) A niceliğini matematiksel olarak tasvir eden operatör $\hat{A}$,ve

(iii) fiziksel gerçekliğin,A niceliğine tekabül eden ögesi a_i (a.g.e.,s.778).

Bu ayrımı dikkate alarak,tamlık koşulu (TK) 'yi,daha açık olarak, şöyle dile getiririz:

(TK) (Dalga fonksiyonu ψ ,fiziksel gerçekliğin tam bir tasvirini verir) ise,(a_i fiziksel gerçekliğin ögesi olduğunda,A 'nın değerini kesinlikle tahmin ederiz).

Tamlık koşulu (TK) 'yi kısaca şöyle yazabiliriz:

$$T\psi \supset (a_i \supset P(A)) \qquad \ldots (1)$$

"$T\psi$","dalga fonksiyonu ψ ,fiziksel gerçekliğin tam bir tasvirini verir","a_i","a_i fiziksel gerçekliğin ögesidir","P(A)","A niceliğinin değerini kesinlikle tahmin ederiz",ve "... $\supset$ ...","...ise,..." ye karşılık olarak kullanılmaktadır.P(A) ile (yani,A 'nın değerinin kesinlikle tahmin edilmesi sonucu), fizik kuramında bulunan değer,fiziksel gerçekliğin ögesi a_i 'ye karşılık olan kuramsal ögedir.

Benzer olarak,fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) 'yü şöyle yazarız:

(FGÖ) (A 'nın değeri kesinlikle tahmin edilir) ise,(a_i fiziksel gerçekliğin ögesidir).

Fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) 'yü kısaca şöyle gösteririz:

$$P(A) \supset a_i \qquad \ldots (2)$$

(1) ve (2) 'de,A yerine,impuls ya da koordinat gibi nicelikleri de kullanabiliriz.

EPR makalesinde, fiziksel gerçeklik ölçütüne kuantum mekaniği bağlamında şu örnek verilir. A niceliği olarak impulsu seçelim ve p ile gösterelim. p niceliğine tekabül eden impul operatörü $\hat{p}$ şöyle tanımlanır:

$$\hat{p} = (h/2\pi i)\partial/\partial x \qquad \ldots (3)$$

Serbest bir taneciğin fiziksel hâlini:

$$\psi = e^{(2\pi i/h)p_o x} \qquad \ldots (4)$$

dalga fonksiyonu ile tanımladığımızı kabûl edelim. p_o, sabit bir sayıyı ve, x de, bağımsız değişkeni göstersin.

Taneciğin fiziksel hâli (4) denklemindeki dalga fonksiyonu ile tanımlandığında, taneciğin impulsunu __kesinlikle__ tahmin edebiliriz:

$$\hat{p}\psi = (h/2\pi i)\partial\psi/\partial x = p_o\psi \qquad \ldots (5)$$

Taneciğin hâli ψ ile tasvir edildiğinde, impuls p 'nin değeri kesinlikle p_o olarak bulunur. O zaman, fiziksel gerçeklik ölçütüne göre, taneciğin hâli ψ ile tasvir edildiğinde, fiziksel gerçekliğin, p_o değerine karşılık olan bir ögesi vardır. Ya da kısaca, ψ hâli için, taneciğin impulsunun __gerçek__ olduğunu söyleyebiliriz (a.g.e., s.778).

Tanecik, (4) denklemindeki dalga fonksiyonu ψ ile tasvir edildiğinde, belirli(determinate) bir koordinat değerine sahip olamaz:

$$\hat{x}\psi \neq x_o\psi \qquad \ldots (6)$$

Koordinat değerinin taneciği ölçerek bulunması durumunda, taneciğin fiziksel hâli artık ψ ile tasvir edilemeyeceğinden dolayı, (5) denkleminde bulunan impuls değerinin __gerçek__ olduğunu söyleyemeyiz.

EPR makalesi, (5) ve (6) denklemlerine dayanarak, kuantum mekaniğinde, çarpmada yer değişmeyen gözlenebilirlerden birinin kesin bilgisinin, öbürünün kesin bilgisini engellediğini ileri sürüyor. Bu iddia, daha da genelleştirilerek şu kuantum mekaniksel olgu (KMO) 'yu ortaya çıkartıyor:

(KMO) Koordinat x ve impuls p, birlikte kesinlikle tahmin edilemez (ölçülemez). (a.g.e., s.778)

Kuantum mekaniksel olgu (KMO) 'yu kısaca şöyle yazarız:

$$\sim[P(x).P(p)] \qquad \ldots (KMO)$$

Einstein, Podolsky ve Rosen, argümanlarının birinci öncülünü şöyle dile getirirler:

(Ö.1) (Fiziksel gerçekliğin, dalga fonksiyonu ψ ile verilen tasviri <u>tam</u> değildir) <u>veya</u> (karşılık oldukları operatörlerin çarpmada yer değişmediği iki nicelik, birlikte, fiziksel bakımdan <u>gerçek</u> olamaz). (a.g.e., s.778, 780)

EPR argümanının birinci öncülü (Ö.1) 'i, çözümlememizde kısalık sağlaması nedeniyle, şu eş değerli önerme ile göstereceğiz:

(Ö.1) (Fiziksel gerçekliğin, dalga fonksiyonu ψ ile verilen tasviri <u>tam</u>) <u>ise</u>, (karşılık oldukları operatörlerin çarpmada yer değişmediği iki nicelik, birlikte, fiziksel bakımdan gerçek olamaz).

Sözkonusu iki niceliğin koordinat x ve impuls p olduğunu kabûl edersek, EPR argümanının birinci öncülü (Ö.1) 'i kısaca şöyle yazabiliriz:

$$T\psi \supset \sim(x_i.p_i) \qquad \ldots (Ö.1)$$

EPR argümanının birinci öncülü (Ö.1), tamlık koşulu (TK) ve kuantum mekaniksel olgu (KMO) kabûl edilerek kanıtlanır. Yani, (Ö.1) 'in, (TK) ve (KMO) 'dan çıktığını gösterebiliriz. Bunun sonucu olarak da, meta-mantıksal EPR argümanının[1] birinci öncülünü elde ederiz:

$$(TK),(KMO) \vdash T\psi \supset \sim(x_i.p_i) \qquad \ldots (MÖ.1)$$

---

(1) EPR argümanının meta-mantıksal biçimi, ilk olarak, birinci dereceden yüklemler mantığını kullanarak Koç 1980 'de geliştirilmiştir. Ayrıca, bkz. Koç 1982(a).

<u>İspat</u>: (TK),(KMO) ve $T\Psi$ 'yi kabûl edelim. $(x_i . p_i)$ olduğunu varsayalım. (TK) ve $T\Psi$,$(x_i \supset P(x))$ ile $(p_i \supset P(p))$ 'yi verir.Varsayım $(x_i . p_i)$ 'den,x_i ve p_i 'yi elde ederiz.x_i ile $(x_i \supset P(x))$, $P(x)$ 'i ve,p_i ile $(p_i \supset P(p))$ de $P(p)$ 'yi verir;bunlardan $P(x).P(p)$ 'yi buluruz. $P(x).P(p)$ ise,(KMO) ile (yani, $\sim(P(x).P(p))$ ile) çelişir.O hâlde,$\sim(x_i . p_i)$.

Einstein,Podolsky ve Rosen,argümanlarının ikinci öncülünü,bir düşünce deneyinin çerçevesi içinde,fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) ve mekânda ayırılabilirlik ilkesinden elde etmektedirler.

EPR düşünce deneyinde,$t=0$ zamanına kadar etkileşmeyen iki tanecik bulunduğu kabûl edilir.Bu taneciklerin,$t=0$ zamanından $t=T$ zamanına kadar etkileştikleri (yani,enerji-impuls alışverişinde bulundukları) varsayılır. $t=T$ 'den sonra etkileşme kesilir.

Bu tanecikleri 1 ve 2 ile gösterelim. $t=0$ öncesi için,1 ve 2 'nin fiziksel hâllerini tasvir eden dalga fonksiyonlarını bildiğimizi kabûl edelim.Taneciklerin etkileşmiş olması nedeniyle,Schrödinger denklemini kullanarak,$t=T$ sonrası için 1 'in ve 2 'nin hâllerini tasvir eden fonksiyonları kuantum mekaniğini kullanarak bulamayız.Ancak, enerji ve impulsun korunduğunu varsayarak,(1+2) bileşik sisteminin $t=T$ sonrası için geçerli dalga fonksiyonunu Schrödinger denkleminden bulabiliriz. 1 'in ve 2 'nin,$t=T$ sonrasındaki dalga fonksiyonlarını bulmak için bu tanecikleri <u>ölçmek</u> gerekir.

x_1,1 taneciğini ve,x_2 de,2 taneciğini tasvir etmek için kullanılan değişkenleri göstersinler.(1+2) bileşik sistemini tasvir eden $\Psi(x_1,x_2)$ fonksiyonunu,impuls operatörünün öz-fonksiyonları $u_1(x_1),u_2(x_1),\ldots$ cinsinden:

$$\Psi(x_1,x_2) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(x_2)u_n(x_1) \qquad \ldots (7)$$

şeklinde,veya koordinat operatörünün öz-fonksiyonları $v_1(x_1),v_2(x_1),\ldots$ cinsinden:

$$\Psi(x_1,x_2) = \sum_{s=0} \phi_s(x_2)v_s(x_1) \quad \ldots (8)$$

olarak açabiliriz. $\psi_n(x_2)$ ve $\phi_s(x_2)$, $\Psi(x_1,x_2)$ 'nin, $u_n(x_1)$ ve $v_s(x_1)$ dik fonksiyonları cinsinden açılımlarının (yani, (7) ile (8) 'in) açılım katsayıları olarak kabûl edilirler (Einstein et al. 1935, s.779).

$t = T$ sonrasında, 2 taneciğinin impulsunu, ya da koordinatını ölçebiliriz. Ancak, Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle, bu değişkenleri <u>birlikte</u> ölçemeyiz (tahmin edemeyiz).

<u>Eğer</u>, 1 taneciği üzerinde <u>impuls ölçmesi</u> yapıldığı ve sonuç olarak p_{kl} öz-değeri bulunduğu düşünülürse, o zaman, (7) denkleminde tanımlanan dalga fonksiyonunda şu <u>indirgenme</u> ortaya çıkar:

$$\Psi(x_1,x_2) \longrightarrow \psi_k(x_2)u_k(x_1) \quad \ldots (9)$$

(9) indirgenmesine göre, 1 taneciği üzerindeki impuls ölçmesinden sonra, 1 taneciği $u_k(x_1)$ ve 2 taneciği de $\psi_k(x_2)$ ile tasvir olunan hâllerde kalmışlardır. 1 'in impuls değeri p_{kl} 'dir.

1 taneciği üzerinde <u>koordinat ölçmesi</u> yapıldığı ve sonuç olarak x_{rl} öz-değeri bulunduğu düşünülürse, o zaman da, (8) denkleminde verilen dalga fonksiyonu şu şekilde indirgenir:

$$\Psi(x_1,x_2) \longrightarrow \phi_r(x_2)v_r(x_1) \quad \ldots (10)$$

(10) indirgenmesine göre de, 1 taneciği üzerindeki koordinat ölçmesinden sonra, 1 taneciği $v_r(x_1)$ ve 2 taneciği de $\phi_r(x_1)$ ile tasvir edilen hâllerde kalmışlardır. 1 'in koordinat değeri x_{rl} 'dir.

(9) ve (10) indirgenmeleri <u>birlikte</u> meydana gelemezler. Ancak, 1 taneciği üzerinde herhangi bir ölçme yapmadan önce, (9) indirgenmesini <u>ya da</u> (10) indirgenmesini seçebiliriz.

EPR makalesinde, sürekli bir spektrum için, (9) ve (10) 'daki indirgenmiş fonksiyonlara tekabül eden öz-fonksiyonlar bulunmuştur (a.g.e., s.779-780).

EPR argümanının en kritik yanı,hiç kuşkusuz, $\psi_k(x_2)$ ve $\phi_r(x_2)$ dalga fonksiyonlarına karşılık gelen fiziksel gerçeklik ögelerinin eş-zamanlı(simultaneous) olduğunun gösterilmesidir;yani,(p_{2k} ve x_{2r}) nin elde edilmesidir.

Einstein,Podolsky ve Rosen,(9) ve (10) indirgenmelerinden herhangi birini seçmemişlerdir.EPR argümanı bakımından önemli olan sadece şudur:

(<u>Eğer</u>,1 taneciği üzerinde <u>impulsu</u> ölçersek,(9) indirgenmesinin sonucu olarak $\psi_k(x_2)u_k(x_1)$ 'i elde ederiz) <u>veya</u> (<u>eğer</u>,1 taneciği üzerinde <u>koordinatı</u> ölçersek,(10) indirgenmesinin sonucu olarak $\phi_r(x_2)v_r(x_1)$ 'i elde ederiz).

(9) ve (10) indirgenmeleri birlikte ortaya çıkamazlar.Bu olgu ile tutarsız olan herhangi bir varsayım kullanılmadığı için,(9) <u>veya</u> (10) 'u dikkate alırken,(9) ile (10) 'un eş-zamanlı olmayışlarını açık bir şekilde kullanmıyoruz.

Einstein,Podolsky ve Rosen'a göre,"birinci sisteme yapılan herhangi bir şeyin sonucu olarak ikinci sistemde hiçbir <u>gerçek değişme</u> meydana gelemez.Bu,tabii ki,iki sistem arasında etkileşme bulunmayışı ile ne denmek istendiğinin bir ifadesidir."(a.g.e.,s.779)

EPR argümanının ikinci öncülünü elde edebilmek için,$t=T$ 'den sonra taneciklerin <u>etkileşmedikleri</u> kabûl edilmek zorundadır.Üstelik,bu varsayım,kuantum mekaniğinin temelleri ile tutarlı olarak kullanılmak zorundadır.Yukardaki alıntıdan da açıkça görüldüğü gibi,1 ve 2 tanecikleri arasında <u>etkileşmenin olmayışı</u>,1 taneciği üzerinde yapılacak gözlemlerin 2 taneciği üzerinde <u>gerçek değişmeye</u> yolaçmaması şeklinde tanımlanmıştır.Bu nedenle,EPR makalesinde <u>gerçek değişme</u>'nin nasıl anlaşıldığını belirlemek gerekir.

EPR makalesi bağlamında,<u>gerçek değişme</u> ile anlaşılan şudur:

Bir taneciğin impulsu bilindiğinde,koordinatının fiziksel gerçekliği yoktur;eğer,koordinatı ölçer ve kesin bilgisini edinirsek, o zaman da taneciğin impulsu artık fiziksel bakımdan gerçek değildir (a.g.e.,s.778).

Diğer bir söyleyişle,kuantum mekaniğinde,konjüge dinamik değişkenlerden bir tanesinin ölçme nedeniyle gerçeklik kazanması,gerçek olan diğer fiziksel niceliğin gerçekliğini kaybetmesine yolaçar.EPR makalesine göre gerçek değişme,bir niceliğin fiziksel gerçekliğini sözkonusu şekilde kaybetmesidir.Bu tür bir değişme sadece kuantum kuramına özgüdür ve klâsik fiziğin çerçevesinde düşünülemez.

Yukarda belirlenen gerçek değişme'yi kısaca şöyle yazabiliriz:

(GD) (impulsun gerçek olması ve koordinatın ölçülmesi,impulsun gerçekliğini kaybetmesine yolaçar)veya (koordinatın gerçek olması ve impulsun ölçülmesi,koordinatın gerçekliğini kaybetmesine yolaçar);

ya da:

$$(p_{i1} . M(x_1) \supset \sim p_{i1}) \text{ veya } (x_{i1} . M(p_1) \supset \sim x_{i1}) \qquad \ldots (GD)$$

EPR makalesine göre,1 ve 2 tanecikleri arasında etkileşme olmadığında,1 üzerinde yapılan gözlemler,2 üzerinde herhangi bir gerçek değişikliğe yolaçmaz.Yani,1 üzerinde yapılan gözlemlerden dolayı,2 'nin herhangi bir dinamik değişkeni fiziksel gerçekliğini kaybetmez.

EPR düşünce deneyinde,1 taneciğinin impulsu bilindiğinde,koordinatı,fiziksel bakımdan gerçek değildir;ancak,1 'in impulsunun bilinmesi 2 'nin koordinatının fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçmaz.Benzer olarak,eğer 1 'in koordinatı biliniyorsa,2 'nin impulsu gerçek değildir;ancak,1 'in koordinatının bilinmesi 2 'nin impulsunun fiziksel gerçekliğini kaybetmesini gerektirmez.

EPR makalesi bağlamında,gerçek değişmenin meydana gelmemesi,etkileşmenin olmaması ile özdeştir.Etkileşme olmamasını,gerçek değişmenin terimleriyle şöyle dile getirebiliriz:

(E.1) (1 taneciğinin koordinatının fiziksel bakımdan gerçeklik kazanması, 2 taneciğinin impulsunun fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçmaz) veya (1 taneciğinin impulsunun fiziksel bakımdan gerçeklik kazanması, 2 taneciğinin koordinatının fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçmaz).

Ya da, kısaca:

$$\sim(x_{i1} \supset \sim p_{i2}) \text{ veya } \sim(p_{i1} \supset \sim x_{i2}) \qquad \ldots (E.1)$$

1 taneciğinin impulsunun ölçüldüğü düşünülürse, (9) indirgenmesi seçilmiş demektir. Yani, 1 taneciğinin fiziksel hâli $u_k(x_1)$ ile tasvir edilir ve impulsunun değeri p_{k1} 'dir. 2 'nin fiziksel hâli ise $\psi_k(x_2)$ ile tasvir edilir ve impuls değeri kesinlikle bilinebilir.

Ya da, eğer 1 taneciğinin koordinatının ölçüldüğü kabûl edilirse, (10) indirgenmesi seçilmiş demektir. 1 'in fiziksel hâli $v_r(x_1)$ ile tasvir edilir ve koordinat değeri x_{r1} 'dir. 2 'nin fiziksel hâli $\phi_r(x_2)$ ile gösterilir ve koordinat değeri kesinlikle tahmin edilebilir.

Gerçek değişme (yani, etkileşme) olmadığını (yani, (E.1) 'i) kabûl ederek (9) ya da (10) indirgenmelerinin seçilmeleri hâlinde ortaya çıkacak sonuçları şöyle yazabiliriz:

(E) (1 taneciği üzerinde impulsun ölçülmesi nedeniyle, 1 'in impulsunun fiziksel bakımdan gerçeklik kazanması ve 2 'nin impulsunun kesinlikle tahmin edilmesi, 2 'nin koordinatının fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçmaz) veya (1 taneciği üzerinde koordinatın ölçülmesi nedeniyle, 1 'in koordinatının fiziksel bakımdan gerçeklik kazanması ve 2 'nin koordinatının kesinlikle tahmin edilmesi, 2 'nin impulsunun fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçmaz).

Ya da, kısaca:

$$\sim(p_{i1}.P(p_2) \supset \sim x_{i2}) \vee \sim(x_{i1}.P(x_2) \supset \sim p_{i2}) \quad . . . (E)$$

$p_{i1}.P(p_2)$, 1 taneciği üzerinde impulsun ölçülmesi nedeniyle (9) indirgenmesinin sonucu olarak bulunur. $x_{i1}.P(x_2)$ ise, 1 taneciği üzerinde koordinatın ölçülmesi nedeniyle (10) indirgenmesinin sonucu olarak elde edilir. p_{i1}, 1 'in impulsunun fiziksel bakımdan gerçek olduğunu ve $P(p_2)$ de, 2 'nin impulsunun kesinlikle tahmin edilebileceğini belirtir. Benzer olarak, x_{i1}, 1 'in koordinatının fiziksel bakımdan gerçek olduğunu ve $P(x_2)$ ise, 2 'nin koordinatının kesinlikle tahmin edilebileceğini gösterir.

EPR argümanının ikinci öncülü şöyle dile getirilmiştir:

(Ö.2) (Fiziksel gerçekliğin, dalga fonksiyonu Ψ ile verilen kuantum mekaniksel tasviri <u>tam</u>) <u>ise</u>, (koordinat x_{i2} ve impuls p_{i2} fiziksel bakımdan birlikte gerçektir).

Ya da, kısaca:

$$T\Psi \supset (x_{i2}.p_{i2}) \quad . . . (Ö.1)$$

EPR argümanının ikinci öncülü (Ö.2), fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) ve etkileşme olmadığını ileri süren varsayım (E) 'yi kullanarak kanıtlanabilir. Böylece, meta-mantıksal EPR argümanının ikinci öncülü elde edilir:

$$(FGÖ),(E) \vdash T\Psi \supset (x_{i2}.p_{i2}) \quad . . . (MÖ.1)$$

<u>İspat</u>: (FGÖ), (E) ve $T\Psi$ 'yi kabûl edelim. (E) 'yi, $(x_{i1}.P(x_2).p_{i2}) \vee (p_{i1}.P(p_2).x_{i2})$ olarak yazarız; bunu (E') ile gösterelim. (FGÖ) 'den, $P(x_2) \supset x_{i2}$ ve $P(p_2) \supset p_{i2}$ 'yi elde ederiz; bunları ve (E') 'nü kullanarak $(x_{i1} \vee p_{i1}).(x_{i2}.p_{i2})$ 'yi buluruz. Bu ise, $(x_{i2}.p_{i2})$ 'yi verir.

Ψ dalgasının, fiziksel gerçekliğin <u>tam</u> bir tasvirini vermediğini ileri süren EPR makalesinde, bu sonuç, (Ö.1) ve (Ö.2) öncüllerinden, abese indirgeme(reductio ad absurdum) biçiminde bir argüman ile çıkartılır. EPR argümanının mantıksal çıkarım şemasını (kalıbını) şöyle gösteririz:

$$\frac{\begin{array}{l} T\Psi \supset \sim(x_{i2}\cdot p_{i2}) \\ T\Psi \supset (x_{i2}\cdot p_{i2}) \end{array}}{\sim T\Psi}$$

EPR argümanının birinci önermesi (Ö.1), bu şemada, 2 taneciği için kullanılmaktadır. (Ö.1), tümel(universal) bir önerme olduğundan dolayı, herhangi bir yanlışlığa yolaçmaksızın 2 taneciği için kullanılabilir. EPR argümanının sonucu "$\sim T\Psi$", şu iddiayı ileri sürer:

> Dalga fonksiyonu Ψ, fiziksel gerçekliğin tam bir tasvirini vermez.

Meta-mantıksal EPR argümanını ise, (MÖ.1) ve (MÖ.2) 'yi kullanarak şöyle yazarız(1):

$$\frac{\begin{array}{l} (TK),(KMO) \vdash T\Psi \supset \sim(x_{i2}\cdot p_{i2}) \\ (FGÖ),(E) \vdash T\Psi \supset (x_{i2}\cdot p_{i2}) \end{array}}{(TK),(KMO),(FGÖ),(E) \vdash \sim T\Psi}$$

Meta-mantıksal EPR argümanının sonucu şudur:

> Tamlık koşulu (TK), kuantum mekaniksel olgu (KMO), fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) ve etkileşme olmadığı varsayımı (E) 'yi kullanarak, dalga fonksiyonu Ψ 'nin, fiziksel gerçekliğin tam bir tasvirini vermediği (yani, $\sim T\Psi$) sonucu çıkartılır.

1 ve 2 tanecikleri arasında etkileşme, 1 üzerinde yapılan bir gözlemin 2 taneciği üzerinde gerçek bir değişmeye yolaçması şeklinde yorum-

(1) EPR argümanının bu şekli ilk olarak Koç 1982(a) 'da belirlenmiş ve aynı yazıda, etkileşme olmadığını ileri süren varsayım (E) de incelenmiştir.

lanmıştı.<u>Gerçek değişme</u> ise,kuantum mekaniğindeki iki konjüge dinamik değişkenden birinin bilgisinin edinilmesinin,öbürünün fiziksel gerçekliğinin kaybolmasına yolaçması şeklinde yorumlanır.EPR makalesi bağlamındaki <u>gerçek değişmenin</u>,kuantum kuramına özgü olduğuna dikkat etmek gerekir.

Kuantum kuramı (KM),tamlık koşulu (TK) 'yi ve fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) 'yü içermez.Yani:

$$(KM) \vdash (TK) \text{ ,ve}$$
$$(KM) \vdash (FGÖ)$$

olduğunu ileri süremeyiz.Ancak,kuantum kuramı (KM),tamlık koşulu (TK) ve fiziksel gerçeklik ölçütü (FGÖ) ile <u>tutarlıdır</u>.Dolayısıyla,EPR sonucu ($\sim T\psi$),kuantum kuramı (KM) ve,kuantum kuramı (KM) 'den çıtartılamayan ancak kuantum kuramı ile tutarlı olan iki varsayım (yani,(TK) ve (FGÖ)) üzerinde temellendirilir.EPR argümanı,öncülleri,kuantum kuramı (KM) ile tutarlı olmakla birlikte,(KM) dışından geliştirilmiş bir argümandır.Bu nedenle de,EPR argümanının sonucu olan "$\sim T\psi$" nin, kuantum kuramı (KM) 'den çıktığı söylenemez.Yani:

$$(KM) \vdash (\sim T\psi)$$

gibi meta-kuantum-kuramsal bir önerme ileri sürülemez.

EPR argümanının en ilginç ve özgün yanı,yeni bir etkileşme kavramını,<u>gerçek değişme</u> terimleriyle tanımlamasıdır.Kuantum kuramında,iki konjüge dinamik değişkenden birinin bilgisinin edinilmesi,gerçek olan diğer değişkenin fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçar.EPR makalesine göre,<u>gerçek değişme</u>,iki konjüge dinamik değişkenden birinin bilgisinin edinilmesi nedeniyle,öbürünün fiziksel gerçekliğini kaybetmesidir.İki tanecik arasında etkileşme olmadığında,iki konjüge değişkenden birinin 1 taneciğine ait bilgisinin edinilmesi,2 taneciğine ait öbür konjüge değişkenin fiziksel gerçekliğini kaybetmesine yolaçmaz. EPR argümanı bağlamındaki <u>etkileşme</u> (yani,gerçek değişmenin meydana gelmesi) kuantum kuramına özgüdür.Klâsik fizikte,EPR türünde bir etkileşme düşünülemez.

Klâsik fiziğin çerçevesi içinde,etkileşme,etkileşen nesnelerin arasında meydana gelen enerji-impuls alışverişi şeklinde düşünülür. Bu tür bir etkileşme kuantum mekaniğinde de geçerlidir.Yani,kuantum mekaniğinde de,nesnelerin,enerji-impuls alış verişinde bulunarak etkileştikleri kabûl edilir.Ancak,EPR makalesi bağlamındaki etkileşmenin (yani,(GD) ile göstermiş olduğumuz gerçek değişmenin),klâsik bir analogu yoktur.

Kuantum mekaniğinde ve klâsik fizikte,enerji-impuls alış verişi anlamındaki etkileşmenin <u>yerel</u>(local) veya <u>yerel-olmayan</u>(non-local) şekillende ortaya çıktığı kabûl edilmektedir.Yerel etkileşmede,etkileşen nesneler,yerel bir enerji-impuls alış verişine yolaçarlar.Yani, yerel etkileşme,mekânda belirlenmiş bir yerde meydana gelir.Yerel etkileşmeye,iki taneciğin çarpışmasını ve bunun sonucu olarak da enerjilerinin ve impulslarının yerel olarak (yani,mekânın belirli bir yerinde) değişmesini örnek gösterebiliriz.Yerel-olmayan etkileşme ise, mekâna yayılmış olarak meydana gelir.Alanlar arasındaki,yerel-olmayan etkileşmeye örnek verebiliriz.Yerel-olmayan etkileşmede,etkileşen nesnelerin nicelik alış verişi mekâna yayılmış olarak ortaya çıkar.(1)

Klâsik fizikte,etkileşmeleri mümkün olan iki nesnenin,mekânda ayırılarak,etkileşmelerinin önlenebileceği kabûl edilir.

Ancak,bazı yerel nesnelerin,yerel olmayan bir şekilde etkileştikleri ve değiştikleri de kabûl edilir.Yani,mekânda ayırılmış iki yerel nesnenin,yerel özellikler gösteren nicelikleri,yerel-olmayan bir şekilde etkileşerek değişebilir.Klâsik mekanikte,bu tür bir etkileşmeye, mekânda ayırılmış iki nesnenin,aralarındaki yerçekim kuvveti nedeniyle

(1) Yerel-olmayan etkileşmenin,mekânın tamamı veya belli bir kısmına yayılmış olabileceğini de göz önünde bulundurmak gerekir.Yani,yerel-olmayan etkileşme,mekân bakımından,mutlak veya kısmî olarak düşünülebilir.

etkileşmelerini örnek verebiliriz.Bu etkileşme yerel değildir ve etkileşmenin mekanizması (yani,nasıl ortaya çıktığı),klâsik mekaniğin çerçevesinde mekâna bağlı olarak açıklanamaz.Sadece,yerçekim kuvvetinin büyüklüğünün,yerel nesneler arasındaki uzaklığa bağımlı olduğu söylenebilir.

Yerel nesnelerin yerel-olmayan etkileşmesi,kuantum mekaniğinde, spin niceliğine bağlı olarak düşünülür.Spin,kuantum kuramına göre,nesnelerin dinamiğinin tasvirinde düşünülmesi gerekli olan yeni bir iç serbestlik boyutudur.[1] Toplam spini bilinen bileşik bir sistemin, mekânda iki taneciğe ayırıldığını düşünürsek,kuantum mekaniğine göre, bu yerel taneciklerden birinin belli bir spin bileşeninin ölçülerek öğrenilmesi,diğer yerel taneciğin aynı spin bileşenini ölçme yapmaya gerek olmaksızın belirler.Bu yerel tanecikler mekânda farklı (ayrı) yerlerde bulunduklarından ve kuantum mekaniğine göre ölçme yapmadan bir niceliğin değeri belirlenemeyeceğinden dolayı,taneciklerin yerel-olmayan bir şekilde etkileştikleri düşünülebilir.

Bell makalesi,kuantum kuramında,yerel nesnelerin,yerel-olmayan bir şekilde etkileşip etkileşmediklerini ve gizli dinamik değişkenlerin kuantum mekaniksel tasvirlerde kullanılıp kallanılamayacağını irdeler. Ancak,Bell argümanında irdelenen,yerel nesnelerin yerel-olmayan bir şekilde etkileşmedikleri varsayımı,özü bakımından,EPR makalesindeki ((E) ile gösterdiğimiz) etkileşmeyi reddeden varsayımdan farklıdır.

4. bölümde,Bell argümanı çözümlenerek,Bell eşitsizliğinin içerdiği sonuçlar ve Bell teoremi belirlenmektedir.Bu sonuçların,EPR argümanının ve 5. bölümde önerilen genişletilmiş kuantum mekaniğinin reddedilmesine yolaçıp açmadığı incelenmektedir.

---

(1) Spin kavramı kuantum mekaniğine özgüdür;bu nedenle,klâsik düşüncelerle çağrışım yapan "dönme" terimini,spin'in karşılığı olarak kullanmıyoruz.

4. Bell Argümanı ve Yerel-olmayan Etkileşmeler

J.S.Bell,"Einstein-Podolsky-Rosen Paradoksu Üzerine" başlıklı yazısında,EPR argümanını şöyle değerlendiriyor: "Einstein,Podolsky ve Rosen'ın paradoksu,kuantum mekaniğinin tam bir teori olamayacağını ve ek değişkenlerle tamamlanması gerektiğini gösteren bir argüman olması için geliştirilmişti.Bu ek değişkenler,teoride nedensellik (causality) ve yerellik'i(locality) onaracaklardı.Bu notta,sözkonusu fikir matematiksel olarak şekillendirilecek ve kuantum mekaniğinin istatistiksel tahminleri ile bağdaşmadığı gösterilecektir."(Bell 1964, s.196)

EPR argümanının,Bell ve (bu bölümde değinilen) diğer bazı yazarların ileri sürdüğü gibi,kuantum mekaniğinin ek değişkenlerle (gizli dinamik değişkenlerle) tamamlanması gerektiğini göstermek için geliştirilmiş bir argüman olduğunu söyleyemeyiz.Böyle bir yoruma ,EPR makalesinde sağlam dayanak noktaları bulmak olanaksızdır.

Einstein,tam olmayan bir tasvirden ne anladığını,en açık şekli ile, Popper'a yazdığı bir mektupta dile getirmiştir: "Önemli olan sadece şudur: Başlangıç hâlini bilmiyorum;ya da,kesinlikle(precisely) bilmiyorum."(Popper 1968,s.460)

Bundan da açıkça anlaşıldığı gibi,Einstein'a göre tam bir tasvir, ölçme yapılmadan önceki başlangıç hâlinde(1),dinamik değişkenlerin kesin değerlerini belirleyen tasvirdir.(2)

---

(1) Bkz. bölüm 2 'de,(16) ile gösterilen indirgenme ve açıklaması
(2) 5. bölümde geliştirilen ve yerel-olmayan determinist bir kuram olduğu ileri sürülen genişletilmiş kuantum mekaniği,serbest tanecik için,Einstein'ın kullandığı anlamda tam bir tasvir verir.

EPR sonucu,<u>tam</u> bir tasvirin,kuantum mekaniksel tasvire gizli dinamik değişkenleri ekleyerek elde edilmesini gerektirmez.Dolayısıyla, gizli dinamik değişkenlerin kuantum mekaniksel tasvirlerde kullanılmaları gerektiğini,EPR makalesinin içerdiği bir sonuç olarak ileri sürmek,bir varsayımdan öteye gitmez.

Bell,gizli dinamik değişkenlerin kuantum mekaniksel tasvirlere ithâl edilmesi durumunda,kuantum mekaniğinden ve gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirlerden bir <u>eşitsizlik</u> çıkartılabileceğini göstermiştir.<u>Bell eşitsizliği</u> adı ile anılan bu eşitsizlik:

Bir,iki'den büyüktür veya eşittir

gibi bir tutarsızlığa yolaçar.

Bell eşitsizliği ve sözkonusu tutarsızlığa dayanılarak ileri sürülmüş bulunan iddiaları şöyle özetleyebiliriz:

(a) Yerel gizli dinamik değişkenler kuantum mekaniği ile tutarsızlığa yolaçmaktadırlar.Kuantum mekaniği,deneyler ile yanlışlanmamış,aksine,pekişmiş (sağlamlanmış) bir kuramdır.Bu nedenle,yerel gizli dinamik değişkenleri kullanan bir kuantum kuramının,doğa'nın <u>doğru</u> ve <u>uygun</u> bir tasvirini vermesi beklenemez.

(b) Yerel gizli dinamik değişken kuramları mümkün olmadığına göre, doğa'nın,EPR anlamında <u>tamamlanmış</u> bir kuantum mekaniksel tasviri düşünülemez.Eldeki kuantum kuramının verdiği tasvir <u>tamdır</u>.

(c) Mekânda ayırılmış nesnelerin etkileşmediklerini kabûl etmek,kuantum mekaniği ile tutarsız sonuçlara yolaçmaktadır.Bu nedenle,kuantum kuramında,yerel-olmayan etkileşmeler[1] bulunduğunu ve bazı hâller için,"mekânda ayırılamazlık" gibi bir ilkenin yürürlükte olduğunu kabûl etmek gerekmektedir.[2]

---

(1) Bell argümanı çerçevesinde dikkate alınan yerel-olmayan etkileşmelerin,etkileşen yerel nesnelerin arasındaki uzaklıktan bağımsız olduğuna dikkat etmek gerekir.
(2) Bkz. Koç 1982(b).

Bu düşünceler, gerek kuantum kuramının temelleri ve gerekse felsefe bakımından önemli ve bağlayıcı iddialardır. Bell eşitsizliğinin içerdiği sonuçları belirlemek ve, (a), (b) ve (c) iddialarının haklı olup olmadıklarını anlayabilmek için Bell argümanını çözümlememiz gerekiyor.

Bell eşitsizliği, ilk şekli ile, Bohm-Aharonov (Bohm 1957) düşünce deneyi temel alınarak çıkartılmıştır. Bohm ve Aharonov'a göre, sözkonusu düşünce deneyi, EPR düşünce deneyinin daha kolay anlaşılır bir şeklidir. Kuantum mekaniğine göre, spinleri $\hbar/2$ olan iki taneciğin bileşik dalga fonksiyonu şöyle yazılır(1):

$$\Psi = \sum_{i=1}^{4} c_i |\psi_i\rangle \qquad \ldots (1)$$

Ket vektörü $|\psi_+(1)\rangle$, 1 taneciğinin spininin $\hbar/2$ ve $|\psi_-(1)\rangle$ ise, 1 'in spininin $-\hbar/2$ olduğu hâlleri tasvir eder. Bu vektörler şöyle tanımlanır:

$$|\psi_+(1)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad |\psi_-(1)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \ldots (2)$$

2 taneciğini tasvir eden $|\psi_+(2)\rangle$ ve $|\psi_-(2)\rangle$ vektörleri de, (2) denkleminde verilen sütun vektörleri ile tanımlanırlar.

(1) denklemindeki toplama giren vektörler şöyle belirlenir:

$$\left.\begin{aligned}
|\psi_1\rangle &= |\psi_+(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
|\psi_2\rangle &= |\psi_+(1)\rangle|\psi_-(2)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
|\psi_3\rangle &= |\psi_-(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
|\psi_4\rangle &= |\psi_-(1)\rangle|\psi_-(1)\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}\right\} \qquad \ldots (3)$$

Bileşik sistemin (yani, (1+2) 'nin) z-yönündeki spin gözlenebilirine tekabül eden operatör S_z şöyle tanımlanır:

$$S_z = (\hbar/2)(\sigma_{1z} + \sigma_{2z}) \qquad \ldots (4)$$

---

(1) Sözkonusu bileşik sistemin spin teorisi için bkz. Bohm 1959, s.399-400.

σ_z ,bilindiği gibi,Pauli spin matrisini temsil eder:

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \ldots (5)$$

S_z operatörü,şu öz-değer denklemlerini sağlar:

$$\left.\begin{aligned} S_z|\psi_1\rangle &= \hbar|\psi_1\rangle \\ S_z|\psi_2\rangle &= S_z|\psi_3\rangle = 0 \\ S_z|\psi_4\rangle &= -\hbar|\psi_4\rangle \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (6)$$

$|\psi_1\rangle$, $|\psi_2\rangle$, $|\psi_3\rangle$ ve $|\psi_4\rangle$,bileşik sistemin S_z operatörünün öz-fonksiyonlarıdır. $|\psi_1\rangle$,toplam $\hbar$ spin öz-degerine, $|\psi_2\rangle$ ve $|\psi_3\rangle$,toplam 0 spin öz-değerine, $|\psi_4\rangle$ ise,toplam $-\hbar$ spin öz-değerine tekabül eder.

S^2 ve S_z 'nin birlikte düşünülen öz-fonksiyonları,S_z ve :

$$\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 = \sigma_{1x}\sigma_{2x} + \sigma_{1y}\sigma_{2y} + \sigma_{1z}\sigma_{2z} \qquad \ldots (7)$$

nin birlikte düşünülen öz-fonksiyonlarıdır.[1] Bu öz-fonksiyonlar şöyle yazılır:

$$\left.\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= |\psi_+(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle \\ |\psi_4\rangle &= |\psi_-(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle \\ |\psi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_+(1)\rangle|\psi_-(2)\rangle + |\psi_-(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle) \\ |\psi_j\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_+(1)\rangle|\psi_-(2)\rangle - |\psi_-(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle) \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (8)$$

$|\psi_1\rangle$, $|\psi_4\rangle$ ve $|\psi_i\rangle$ ile tasvir olunan hâllerde,taneciklerin spinleri paraleldir; $|\psi_j\rangle$ hâlinde ise taneciklerin spinleri antiparaleldir.Paralel spinleri gösteren vektörlere üçlü(triplet) ve antiparalel spini gösteren vektöre de tekli(singlet) adı verilir.

Bohm-Aharonov düşünce deneyinde,iki tanecikten oluşan bileşik sistemin <u>tekli</u> hâlde hazırlandığı kabûl edilir.Yani,(1+2) sisteminin başlangıç hâli,(8) denkleminde belirlenen $|\psi_j\rangle$ vektörü ile tasvir edilir:

$$|\psi_j\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_+(1)\rangle|\psi_-(2)\rangle - |\psi_-(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle) \qquad \ldots (9)$$

---

(1) $S^2 = (\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2 = \frac{3}{2}\hbar^2 + 2\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$

Toplam spin 0 olduğundan dolayı,1 'in spini $\hbar/2$ (ya da,$-\hbar/2$) ise, 2 'nin spini $-\hbar/2$ (ya da,$\hbar/2$) olmak zorundadır.(9) 'da verilen ket vektörünün küresel simetriyi sağlaması nedeniyle,spinlerin z-bileşen lerinin ölçülmesi için herhangi bir yön keyfî olarak seçilebilir.

İki taneciğin,toplam spini etkilemeyen bir yöntemle mekânda ayırıldıkları kabûl edilir.Kuantum mekaniğine göre,1 taneciğinin $\hat{a}$ birim vektörü yönündeki spininin ölçülmesi sonucunda,şu indirgenmelerden bir tanesi ortaya çıkar:

$$|\psi_j\rangle \longrightarrow |\psi_+(1)\rangle|\psi_-(2)\rangle \qquad \ldots (10)$$

$$|\psi_j\rangle \longrightarrow |\psi_-(1)\rangle|\psi_+(2)\rangle \qquad \ldots (11)$$

(10) ile gösterilen indirgenme meydana gelirse,1 taneciği üzerinde yapılan spin ölçmesi,2 taneciğinin $\hat{a}$ yönündeki spin bileşenini $-\hbar/2$ olarak belirler.(11) ile gösterilen indirgenme meydana gelmişse, o zaman,1 taneciği üzerindeki spin ölçmesi,2 'nin $\hat{a}$ yönündeki spinini $\hbar/2$ olarak belirlemiştir.

$P(1^a_+,2^b_-)$,1 taneciğinin $\hat{a}$ yönündeki spin bileşeninin $\hbar/2$ ve 2 'nin $\hat{b}$ yönündeki spin bileşininin $-\hbar/2$ olarak bulunma olasılığını göstersin.Kuantum kuramında,$P(1^a_+,2^b_-)$ ve $P(1^a_-,2^b_+)$ olasılıkları şöyle tanımlanır(1):

$$P(1^a_+,2^b_-) = |\langle\psi_2|\psi_j\rangle|^2 = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \qquad \ldots (12)$$

$$P(1^a_-,2^b_+) = |\langle\psi_3|\psi_j\rangle|^2 = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \qquad \ldots (13)$$

$\langle\psi_2|$ ve $\langle\psi_3|$,(3) 'te tanımlanan $|\psi_2\rangle$ ve $|\psi_3\rangle$ ket vektörlerinin sanal konjügeleridir. $|\psi_j\rangle$ ise,(9) denklemi ile tanımlanmıştır. θ ,$\hat{a}$ ve $\hat{b}$ birim vektörleri arasındaki açıyı tanımlar.

Kuantum mekaniğine göre,1 ve 2 taneciklerinin $\hat{a}$ ve $\hat{b}$ birim vektörleri yönlerindeki spin bileşenlerini gösteren $\sigma_1^a\sigma_2^b$ 'nin beklenilen değeri(expectation value) $E(\hat{a},\hat{b})$ şöyle bulunur:

$$E(\hat{a},\hat{b}) = \langle\psi_j|\sigma_1^a\sigma_2^b|\psi_j\rangle = -\hat{a}.\hat{b} = -\cos\theta \qquad \ldots (14)$$

(1) Bkz. Mattuck 1981,s.331 .

σ_1^a ,1 'in $\hat{a}$ birim vektörü yönündeki spin operatörünü ve, σ_2^b de, 2 'nin $\hat{b}$ birim vektörü yönündeki spin operatörünü gösterir. $\sigma_1^a \sigma_2^b |\psi_j\rangle$ ile, σ_1^a 'nın, $|\psi_j\rangle$ 'yi oluşturan bileşik vektörün 1 'i tasvir eden kısmına ve σ_2^b 'nin de,aynı vektörün 2 'yi tasvir eden kısmına uygulandığı anlaşılır.

$\hat{a}$ birim vektörünün,1 taneciğini ölçen 1. Stern-Gerlach aygıtının mıknatıs alan ekseninin yönünü ve $\hat{b}$ birim vektörünün de,2 taneciğini ölçen 2. Stern-Gerlach aygıtının mıknatıs alan ekseninin yönünü gösterdiklerini kabûl edelim.Bell,bu deneysel düzenleme çerçevesinde <u>yerellik koşulu</u>'nu(locality condition) şöyle dile getiriyor:

(Y.1) 1 taneciğinin $\hat{a}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu A,2. Stern-Gerlach mıknatısının yönü $\hat{b}$ 'ye,ve 2 taneciğinin $\hat{b}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu B,1. Stern-Gerlach mıknatısının yönü $\hat{a}$ 'ya bağımlı değildir (Bell 1964,s.195;1971,s.178).

Bell,yerellik koşulu (Y.1) 'i kabûl ettikten sonra şu düşünceleri ileri sürüyor: " $\vec{\sigma}_2$ 'nin seçilen herhangi bir bileşeninin ölçülmesinin sonucunu, $\vec{\sigma}_1$ 'in aynı bileşenini önceden ölçerek kesinlikle tahmin edebildiğimize göre,böyle bir ölçmenin sonucunun önceden belirlenmiş olması gerekir.(9) denklemi ile verilen başlangıç dalga fonksiyonu,tek bir ölçmenin sonucunu belirlemediğine göre,bu önceden gerektirme,hâl'in daha tam olarak belirlenebilmesi olanağını içerir." (Bell 1964,s.195)

Bell,<u>hâl</u>'in <u>tam</u> bir tasvirinin gizli dinamik değişkenleri kullanarak verilebileceğini bir varsayım olarak kabûl eder. λ ile gösterdiği gizli dinamik değişkenleri de dikkate alarak,yerellik koşulu (Y.1) 'i şöyle şekillendirir:

(Y.2) 1 taneciğinin $\hat{a}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu A yalnızca $\hat{a}$ ve λ ile,ve 2 taneciğinin $\hat{b}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu B yalnızca $\hat{b}$ ve λ ile belirlenir (Bell 1964,s.195;1971, s.178).

Yerellik koşulu (Y.1) bakımından düşünüldüğünde, $(A.B)^{(1+2)}$ gözlenebiliri,(9) denklemindeki ket vektörü $|\psi_j\rangle$ ile gösterilen başlangıç hâli için,1 ve 2 taneciklerinden oluşan bileşik sistemin tek bir gözlenebiliridir ve $\hat{a}$ ile $\hat{b}$ 'ye bağımlıdır.[1] Yerellik koşulu (Y.1) 'i kullanarak $(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b})$ 'yi, $A^1(\hat{a})$ ve $B^2(\hat{b})$ 'nin çarpımı şeklinde şöyle yazarız:

$$(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b}) \xrightarrow[(Y.1)]{} A^1(\hat{a}).B^2(\hat{b}) \qquad \ldots (15)$$

(15) 'in sağ yanı,1 taneciğinin $\hat{a}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu A 'nın yalnızca $\hat{a}$ 'ya ve,2 taneciğinin $\hat{b}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu B 'nin yalnızca $\hat{b}$ 'ye bağımlı olduğunu belirtiyor.

Kuantum mekaniksel <u>hâl</u>'in <u>tam</u> bir tasvirinin,gizli dinamik değişken λ 'yı kullanarak belirleneceği düşünülürse,yerellik koşulu (Y.2) 'ye göre,iki-tanecik siskeminin tek bir gözlenebiliri olarak düşünülen $(A.B)^{(1+2)}$ 'nin, $\hat{a},\hat{b}$ ve λ 'ya bağımlı olacağını kabûl etmemiz gerekir.Bu durumda, $(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b},\lambda)$ 'yı,yerellik koşulu (Y.2) 'yi kullanarak, $A^1(\hat{a},\lambda)$ ve $B^2(\hat{b},\lambda)$ 'nın çarpımı şeklinde şöyle yazarız:

$$(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b},\lambda) \xrightarrow[(Y.2)]{} A^1(\hat{a},\lambda).B^2(\hat{b},\lambda) \qquad \ldots (16)$$

(16) 'nın sağ yanı,1 taneciğinin $\hat{a}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu A 'nın $\hat{a}$ ve λ 'ya ve,2 taneciğinin $\hat{b}$ yönündeki spin ölçmesinin sonucu B 'nin $\hat{b}$ ve λ 'ya bağımlı bulunduğunu belirtiyor.[2]

---

(1) Bu noktanın,Hilbert uzayının terimleriyle açıklanması için bkz. Clauser,Shimony 1978,s.1888 .

(2) (15) ve (16) 'nın sağ ve sol yanları arasında,empirik bakımdan önemli bir fark bulunduğuna dikkat etmek gerekir.(15) ve (16) 'nın sol yanları bakımından,1 taneciğini (ya da 2 taneciğini) ölçecek tek bir Stern-Gerlach mıknatısı ve tek bir ölçme sözkonusudur.Oysa,(15) ve (16) 'nın sağ yanlarına göre,1 taneciğini ve 2 taneciğini ayrı ayrı ölçen iki Stern-Gerlach mıknatısı vardır ve iki ölçme sonucu bulunur. Yapılan ölçmelerden birinin,diğerini etkilememesi düşüncesi,yerellik koşulunun içeriğini meydana getirir.

(9) denklemiyle verilen başlangıç hâli için,kuantum mekanigine göre şu koşul sağlanmak zorundadır:

$$A^1(\hat{a}),B^2(\hat{b}),A^1(\hat{a},\lambda),B^2(\hat{b},\lambda) = \pm 1 \qquad \ldots (17)$$

+1, $\hbar/2$ 'yi ve,-1 de,$-\hbar/2$ 'yi gösteriyor.Yani,spin ölçmelerinin sonucu (gizli dinamik değişkenleri kullansak bile),ya $\hbar/2$,ya da $-\hbar/2$ olmak zorundadır.

(15) 'in sol yanındaki $(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b})$ 'nin kuantum mekaniksel değeri,(14) denklemindeki $E(\hat{a},\hat{b})$ ile bulunur.(16) 'nın sol yanındaki $(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b},\lambda)$ 'nın beklenilen degerini,Bell,gizli dinamik degişkenler için bir olasılık dağılımı tanımlayarak hesaplar.Gizli dinamik değişken λ 'nın olasılık dağılımını gösteren $\rho(\lambda)$ 'nın normalize olduğu kabûl edilir:

$$\int \rho(\lambda)\, d\lambda = 1 \qquad \ldots (18)$$

$(A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b},\lambda)$ 'nın beklenilen değeri $E(\hat{a},\hat{b})$,gizli dinamik değişkenlerin olasılık dağılımı $\rho(\lambda)$ 'yı kullanarak şöyle bulunur:

$$E(\hat{a},\hat{b}) = \int (A.B)^{(1+2)}(\hat{a},\hat{b},\lambda)\rho(\lambda)d\lambda \qquad \ldots (19)$$

Yerellik koşulu (Y.2) 'yi kullanarak (yani,1 ve 2 taneciklerinin iki ayrı Stern-Gerlach mıknatısı ile ölçüldüğü kabûl edilerek),(19) denklemi şu şekilde yazılır:

$$E(\hat{a},\hat{b}) = \int A^1(\hat{a},\lambda).B^2(\hat{b},\lambda)\rho(\lambda)d\lambda \qquad \ldots (20)$$

(20) denklemindeki $E(\hat{a},\hat{b})$, -1 'den (yani,$-\hbar/2$ 'den) küçük olamaz. $\hat{a}=\hat{b}$ için,$E(\hat{a},\hat{a})$,ancak ve ancak:

$$A^1(\hat{a},\lambda) = -B^2(\hat{a},\lambda) \qquad \ldots (21)$$

ise,-1 (yani,$-\hbar/2$) olur.(21) denklemini kabûl ederek,(20) denklemini yeniden şöyle yazarız:

$$E(\hat{a},\hat{b}) = -\int A^1(\hat{a},\lambda).A^1(\hat{b},\lambda)\rho(\lambda)d\lambda \qquad \ldots (22)$$

$\hat{c}$ 'nin, $\hat{a}$ ve $\hat{b}$ 'den farklı bir birim vektör olduğunu kabûl edersek, (22) denkleminden yararlanarak şu eşitliği yazarız:

$$E(\hat{a},\hat{b}) - E(\hat{a},\hat{c}) = - \int (A^1(\hat{a},\lambda).A^1(\hat{b},\lambda) - A^1(\hat{a},\lambda).A^1(\hat{c},\lambda))\rho(\lambda)d\lambda \quad \ldots(23)$$

(23) denkleminden şu eşitliği elde ederiz:

$$E(\hat{a},\hat{b}) - E(\hat{a},\hat{c}) = \int (A^1(\hat{b},\lambda).A^1(\hat{c},\lambda) - 1).A^1(\hat{a},\lambda).A^1(\hat{b},\lambda)\rho(\lambda)d\lambda \quad \ldots(24)$$

(17) denkleminde belirlenen koşulu kullanarak (24) denklemini yeniden şöyle yazarız:

$$|E(\hat{a},\hat{b}) - E(\hat{a},\hat{c})| \leq \int (1 - A^1(\hat{a},\lambda).A^1(\hat{c},\lambda))\rho(\lambda)d\lambda \quad \ldots(25)$$

(25) eşitsizliğinden şunu elde ederiz:

$$|E(\hat{a},\hat{b}) - E(\hat{a},\hat{c})| \leq \int \rho(\lambda)d\lambda - \int A^1(\hat{a},\lambda).A^1(\hat{c},\lambda)\rho(\lambda)d\lambda \quad \ldots(26)$$

(18) ve (22) denklemlerini kullanarak, (26) 'yı şöyle yazarız:

$$|E(\hat{a},\hat{b}) - E(\hat{a},\hat{c})| \leq 1 + E(\hat{b},\hat{c}) \quad \ldots(27)$$

(27), "Bell eşitsizliği" adı ile anılır.(1)

$\hat{a}$, $\hat{b}$, ve $\hat{c}$ birim vektörlerinin eşdüzlemsel olduklarını kabûl edelim. $\hat{c}$, $\hat{a}$ ile $2\pi/3$ radyanlık bir açı ve $\hat{b}$ de, $\hat{a}$ ve $\hat{c}$ ile $\pi/3$ radyanlık bir açı meydana getirsin. Bu durumda:

$$\hat{a}.\hat{b} = \hat{b}.\hat{c} = (1/2) \quad \text{ve} \quad \hat{a}.\hat{c} = (-1/2) \quad \ldots(28)$$

(27) ile verilen Bell eşitsizliğinde yer alan $E(\hat{a},\hat{b})$, $E(\hat{a},\hat{c})$ ve $E(\hat{b},\hat{c})$ 'yi, kuantum mekaniğini ve (28) 'de verilen değerleri kullanarak şöyle hesaplarız:

$$\begin{aligned} E(\hat{a},\hat{b}) &= \langle \psi_j | \sigma_1^a \sigma_2^b | \psi_j \rangle = -\hat{a}.\hat{b} = (-1/2) \\ E(\hat{a},\hat{c}) &= \langle \psi_j | \sigma_1^a \sigma_2^b | \psi_j \rangle = -\hat{a}.\hat{c} = (1/2) \\ E(\hat{b},\hat{c}) &= \langle \psi_j | \sigma_1^a \sigma_2^b | \psi_j \rangle = -\hat{b}.\hat{c} = (-1/2) \end{aligned} \quad \ldots(29)$$

---

(1) Bell eşitsizliğinin stokastik şekli için bkz. Bell 1964, s.198-199; Bell 1971; Koç 1982(b).

(29) 'da bulunan beklenilen değerleri,(27) ile verilen Bell eşitsizliğine yazarsak,şunu elde ederiz:

$$1 \leq \frac{1}{2} \qquad \ldots (30)$$

(27) ile gösterilen Bell eşitsizliği,Stern-Gerlach mıknatıslarının (28) 'de verilen eşdüzlemsel açılarla düzenlenmesi durumunda,(30) 'daki <u>tutarsızlığa</u> yolaçar.

(30) 'daki tutarsızlık,kuantum mekaniği <u>ve</u> (20) 'deki denklemin birlikte kullanılmaları sonucu ortaya çıkmıştır. (20) 'deki denklemin, beklenilen spin değerlerinin gizli dinamik değişkenleri kullanarak hesaplanabileceğini (bir varsayım olarak) kabûl ettiği açıktır.

(30) 'daki tutarsızlıktan kurtulmak için,kuantum mekaniği <u>ve</u> (20) 'deki denklemin <u>birlikte</u> kullanılmalarının reddedilmesi gerekir. Yani,(kuantum mekaniği) ile (spinin beklenilen değerlerinin gizli dinamik değişkenleri kullanarak hesaplanabileceği varsayımı) <u>bağdaşmazlar</u>.

Bağdaşmayan iki şeyden birinin kabûlü,diğerinin reddini gerektirir. Bu durumda,kuantum mekaniğini kabûl ettiğimize göre,(spinin beklenilen değerlerinin gizli dinamik değişkenleri kullanarak hesaplanabileceği varsayımı) 'nı,yani (20) 'deki denklemi,reddetmemiz gerekir.

Ancak,daha önce de gösterilmiş olduğu gibi,(20) 'deki denklem, (19) 'daki denklem <u>ve</u> yerellik koşulu (Y.2) 'nin birlikte kullanılmaları sonucu elde edilir.Dolayısıyla,(30) 'daki tutarsızlık nedeniyle (20) 'deki denklemin reddedilmesi,(19) 'daki denklem <u>ve</u> yerellik koşulu (Y.2) 'nin birlikte kullanılmalarının reddine yolaçar.Yani, (19) 'daki denklem <u>ile</u> yerellik koşulu (Y.2) <u>bağdaşmazlar</u>.Ancak, (19) 'daki denklemi,ya da yerellik koşulu (Y.2) 'yi kabûl etmeyi gerektiren bir zorunluluk yoktur.Bu nedenle,(19) 'daki denklem ile yerellik koşulu (Y.2) 'nin bağdaşmazlığı şu ikili sonuca yolaçar:

(a) Eğer gizli dinamik değişkenleri kullanan bir tasvir kabûl edilirse,o zaman,yerellik koşulu (Y.2),kuantum mekaniği ile tutarsızlığa yolaçtığından dolayı reddedilmelidir;ve

(b) eğer yerellik koşulu (Y.2) kabûl edilirse,o zaman,gizli dinamik değişkenleri kullanan bir tasvir,kuantum mekaniği ile tutarsızlığa yolaçtığından dolayı reddedilmelidir.

(a) ve (b) 'de sözedilen tutarsızlık,(30) 'da ortaya çıkmış bulunan tutarsızlıktır.

Bell eşitsizliğinin içerdiği sonucu,kısaca,şöyle de dile getirebiliriz:

> Yerellik koşulu (Y.2) 'yi (gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirleri) kabûl edersek,gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirleri (yerellik koşulu (Y.2) 'yi) reddetmemiz gerekir.

Bell eşitsizliğinin sonucu (a) ve (b),ne yerellik koşulu (Y.2) 'nin ne de gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirlerin reddini gerektirir.Yani,Bell eşitsizliği:

> Yerellik koşulu (Y.2) 'nin reddedilmesi gerekir

ve,

> gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirlerin reddedilmesi gerekir

gibi sonuçları içermez.Oysa,bu tür yanlışlıkların pek sık yapıldığını ve hâtta Bell'in kendisinin aynı yanlışa düştüğünü görüyoruz.(1)

(GDD) ile,gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirlerin,ve (Y.2) ile de,yerellik koşulu (Y.2) 'nin kabûl edildiğinin gösterildiğini düşünelim.Bunları kullanarak,Bell argümanının mantıksal çıkarım şemasını şöyle belirleyebiliriz:

---

(1) Bkz. Koç 1982(b):,sözkonusu yanlışlara örnek olarak bkz. Bell 1964,s.195;Clauser,Shimony 1978,s.1921;d'Espagnat 1973,s.728,730, 734;Mermin 1981,s.406-407.Bu örnekleri çoğaltabiliriz.

$$(GDD) \text{ ve } (Y.2) \vdash ((GDD) \text{ ve } (Y.2))$$

$$((GDD) \text{ ve } (Y.2)) \text{ ve } (KM) \vdash \sim(((GDD) \text{ ve } (Y.2)) \text{ ve } (KM))$$

$$\vdash (KM)$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad \vdash \sim((GDD) \text{ ve } (Y.2))}$$

Aynı zamanda,(GDD) 'nin (19) denklemine,((GDD) ve (Y.2)) 'nin (20) denklemine ve (KM) 'nin de,kuantum mekaniğine tekabül ettiğine dikkat edilmelidir.Yukardaki çıkarım şeması,formel bir şema değildir.

Bell argümanının mantıksal çıkarım şemasından görüldüğü üzere,eğer Bell makalesinin çerçevesi içinde bir teoremden sözetmek istersek,bu, ancak ve ancak:

$$\vdash \sim((GDD) \text{ ve } (Y.2))$$

ile gösterilebilir.<u>Bell teoremi</u>'ni daha açık olarak şöyle de yazabiliriz:

> gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirler (yani,(GDD)) ve yerellik koşulu (Y.2) bağdaşmazlar.(1)

EPR makalesinde,<u>gizli dinamik değişken</u> teriminin hiç yer almadığı açıktır.Üstelik,Einstein'ın,kuantum mekaniğinin temelleri hakkındaki diğer yazılarında da,gizli dinamik değişken kavramı kullanılmaz.Bu nedenle,EPR sonucunun,gizli dinamik değişkenleri kullanan tasvirleri içerdiğini kabûl etmek,doğru görünmemektedir.

EPR argümanında,iki tanecik arasında,t= T sonrasında <u>etkileşme olmadığı</u> kabûl edilir;ancak,3. bölümdeki (7) ve (8) denklemlerinden de açıkça görüldüğü gibi,tanecikleri tasvir eden dalga fonksiyonlarında gizli dinamik değişkenlere yer verilmez.Bu durum,Bell teoremi ile de tutarlıdır.Dolayısıyla,EPR argümanını,Bell eşitsizligini kullanarak reddedemeyiz.Ancak,yerellik koşulu (Y.2) ile,etkileşme olma-

---

(1) Literatürde <u>Bell teoremi</u> terimi kullanılmaktadır;ancak,bu terim ile ne anlatılmak istendiği açık seçik olarak ortaya konmamıştır; bkz. Clauser,Shimony 1978,s.1886-1887.

dığını ileri süren (E) 'yi (bkz. bölüm 3) <u>özdeş</u> kabûl edersek,EPR anlamındaki <u>tam</u> bir kuantum mekaniğini,gizli dinamik değişkenleri kuantum mekaniksel tasvirlere ithâl ederek oluşturamayız.Aksi hâlde,Bell eşitsizliğinin yolaçtığı tutarsızlığa düşülür.

5. bölümde,dinamik değişkenlere,ölçme öncesinde de <u>belirli</u> (determinate) değerler veren genişletilmiş bir kuantum mekaniği önerilmektedir.Bu önerinin,kuantum kuramının temel postülâtları ile tutarlı olduğu ve Dirac formalizmi içinde geliştirilebileceği gösterilmektedir.

Bell teoremi ile tutarsızlığa yolaçmayan sözkonusu öneri(1),ölçmeler nedeniyle ortaya çıkan indirgenmeler bakımından,yerel-olmayan determinist bir kuantum mekaniğidir.Bu kuramın,yerel-olmayan determinist bir kuantum mekaniğinin son şekli olmadığı açıktır.Ancak, Einstein'ın <u>tamlık</u> anlayışı ile de uyumlu olan genişletilmiş kuantum mekaniği,5. bölümde önerilen şekli ile de,felsefe ve doğa bilimlerinin temelleri bakımından bazı ilginç sonuçları içermektedir.Yerel-olmayan determinizm ve mekân hakkındaki bu sonuçlar,5. bölümde ve Sonuç kısmında incelenmektedir.

---

(1) Genişletilmiş kuantum mekaniği,ölçme sonrasındaki tasvirleri kuantum mekaniğindeki şekli ile koruması ve <u>yerel-determinizm</u>'e yolaçmaması nedenlerinden dolayı,Bell teoremi ile <u>tutarlıdır</u>.

5. Yerel-olmayan Determinizm ve Genişletilmiş Kuantum Mekaniği

Doğa bilimlerinin temelleri üzerinde yapılan çalışmalarda, determinizm konusunun mekân ile beraber düşünüldüğünü görüyoruz. Determinizm bağlamında,mekân,ya açık(explicit) olarak kullanılır, ya da örtük(implicit) olarak kabûl edilir;ancak,kategorik olarak inkâr edilmez.Benzer bir şekilde,nedensellik(causality) konusu da,nesnelerin yerleri ve konumları gibi mekânsal özelliklerden bağımsız düşünülmez. Dolayısıyla,doğa bilimlerinin temelleri üzerine yapılan çalışmalarda mekânsal determinizm ve mekânsal-olmayan determinizm türünden bir ayrım gerekli görülmez.Benzer olarak,mekânsal nedensellik ve mekânsal-olmayan nedensellik gibi bir ayrım da yapılmaz.

Ancak,kuantum kuramında endeterminizme yolaçan indirgenme, Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle,iki farklı şekilde düşünülmek zorundadır:

(i) yerel indirgenme,ve

(ii) yerel-olmayan indirgenme.

Bu iki farklı indirgenmeyi kısaca şöyle anlatabiliriz.Mekân koordinatını gösteren x niceliğinin öz-değerlerini $x_1, x_2, \ldots$ ve bunlara tekabül eden öz-fonksiyonları da $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots$ olarak yazalım. Başlangıç hâlini tasvir eden dalga fonksiyonu $\psi(x)$ 'i, x 'in öz-fonksiyonlarının bir açılımı ile gösterebiliriz.Koordinat x ölçülür ve x_i öz-değeri bulunursa,şu indirgenme ortaya çıkar:

$$\psi(x) \longrightarrow \varphi_i(x) \qquad \ldots (1)$$

İndirgenme (1),mekânın belli bir yerinde meydana gelmiş ve tanecik,

x_i mekân koordinatında lokalize edilmiştir.Dolayısıyla,(1),yerel bir indirgenmeyi gösterir.

Diğer yanda,impulsu gösteren p niceliğinin öz-değerlerini p_1, p_2, . . . ve bunlara tekabül eden öz-fonksiyonları da $\emptyset_1(p), \emptyset_2(p)$, . . . ile gösterelim.Başlangıç hâlini tasvir eden $\Phi(p)$ 'yi,p 'nin öz-fonksiyonlarının bir açılımı olarak yazabiliriz.Koordinat x yerine impuls p ölçülerek p_j öz-değeri bulunursa,şu indirgenme meydana gelir:

$$\Phi(p) \longrightarrow \emptyset_j(p) \qquad \ldots (2)$$

İndirgenme (2) 'nin,mekânın neresinde meydana gelmiş olduğunu söyleyemeyiz.Taneciğin hâli,$\emptyset_j(p)$ ile tasvir edildiğinde,taneciğin mekân koordinatları kuantum kuramından elde edilemez.

Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle,(1) ve (2) ile gösterilen indirgenmeler karşılıklı ayrıktır;yani,aynı zamanda meydana gelemezler.Üstelik,aynı bağıntı nedeniyle,(1),yerel ve (2) de,yerel-olmayan indirgenmelerdir.Dolayısıyla,indirgenmelerin yolaçtığı determinizm sorunu,kuantum kuramı bağlamında,yerel determinizm ve yerel-olmayan determinizm ayrımı yapılarak ele alınmak zorundadır.Aksi hâlde,yerel-olmayan endeterminizm'e yolaçan (2) ile göstermiş oldugumuz yerel-olmayan indirgenme'nin,yer ve konum gibi mekânsal özellikler içermesi şeklinde bir tutarsızlık meydana çıkar.

Bu bölümde,(yerel determinizm) ve (yerel-olmayan determinizm) ayrımı yapılması durumunda,kuantum mekaniğinde ortaya çıkan endeterminizmi,(2) indirgenmesi bakımından gideren yerel-olmayan determinist bir kuantum kuramının oluşturulabileceği görüşü ileri sürülmektedir. Bu kuramı,"genişletilmiş kuantum mekaniği" adı ile anacağız ve KM^E ile göstereceğiz.KM, 4. bölümde de kullanılmış olduğu gibi,kuantum mekaniğini göstermektedir.Serbest tanecik için,KM^E,kuantum mekaniğinin Dirac formalizmi içinde tutarlı olarak geliştirilmektedir.

Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E, yerel-olmayan determinist bir kuantum mekaniğinin son ve en genel şekli değildir. Ancak, KM^E ile, kuantum mekaniği KM arasında temel bir fark bulunmaktadır. KM^E 'ye göre, serbest taneciğin ölçme öncesindeki impulsu fiilî'dir(actual). Oysa, kuantum mekaniği KM 'ye göre, serbest taneciğin ölçme öncesindeki impulsu fiilî olamaz; bu impuls ancak kuvvede mevcut(potential) olarak düşünülebilir. Dolayısıyla, bu bölümde önerilen KM^E:

> Dinamik değişken impuls(1), impulsa ait ölçme öncesinde ve sonrasında fiilî'dir; mekânın fiilî olabilmesi için mekâna ait bir gözlemin yapılmış olması şarttır ve mekâna ait gözlem öncesinde mekân fiilî olamaz,

gibi bir iddiayı ileri sürebilmek için yeterli görünmektedir.

KM^E 'de yeni bir impuls kavramı tanımlanmaktadır. Serbest taneciğin impulsu, ölçme öncesi için, özel görelilik kuramından elde edilen yerel-olmayan klâsik impulsun, ölçme sonrasındaki kuantum mekaniksel impuls ile birlikte düşünülmesiyle elde edilmektedir. KM^E 'de, ölçme sonrası için kuantum mekaniği KM olduğu gibi korunmaktadır. Ancak, ölçme öncesi için, özel görelilik kuramının, belirli impuls değerlerini içeren kütle-enerji bağıntısı KM 'ye eklenmektedir. Dolayısıyla, KM^E 'ye göre, serbest taneciğin impulsunun fiilî olması, bu impulsun ölçülmüş olmasına (yani, indirgenme (2) 'nin meydana gelmiş olmasına) bağımlı değildir.

Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'deki impuls, yerel-olmayan bir impulstur; üstelik, ölçme öncesinde de, sonrasında da fiilî'dir(actual). Yani, serbest taneciğin impulsunun (dinamik) tasvirinde mekânın dışarlanması, taneciğin impulsunun ölçülmüş olması nedeniyle ortaya çıkmaz. İmpuls ölçmesi öncesinde de, (eğer tanecik mekânda lokalize edilmemişse), belirli impuls değerlerini içeren dinamik bir tasvir, taneciğin

---

(1) Yerel-olmayan impuls.

mekânsal özelliklerinin dışarlanmasıyla elde edilir.Bu dışarlanmanın, daha sonra da ele alacağımız gibi,keyfî olmadığına dikkat etmek gerekir.

KM^E,serbest taneciğin dinamik tasvirini mekândan bağımsız olarak belirler.Dolayısıyla,fiilî(actual) olması ölçmeden bağımsız düşünülen yerel-olmayan impulsun kesin(certain) bilgisi,mekân,bu bilgiyi veren tasvirden kategorik olarak dışarlanarak elde edilir.Bu durumun felsefî sonuçlarını incelemeden önce,KM^E 'nin oluşturulmasına temel hazırlayan bir düşünce deneyini ele almamız gerekiyor.Daha sonra da,KM^E -nin,kuantum mekaniği KM ile tutarlı olarak geliştirilebilecegini göstermek zorundayız.Aksi hâlde,KM^E 'deki yeni impuls kavramı hakkında ileri sürdüğümüz düşünceleri savunmak mümkün olmayacaktır.Daha sonra ise,KM^E 'yi,EPR ve Bell argümanları açısından değerlendireceğiz.

Kuantum mekaniğine göre,ölçen ve ölçülen şeyler arasındaki etkileşmenin büyüklüğü bilinemez.Üstelik,ölçmeden önce (yani,indirgenme ortaya çıkmadan önce),ölçülen gözlenebilirin belirli(determinate) bir değeri yoktur.Dolayısıyla,ölçme nedeniyle,ölçülen gözlenebilirin ne kadar değiştiğini bulamayız.

Ancak,yerel indirgenme ve yerel-olmayan indirgenme ayrımı dikkate alınmak zorundadır.Bu ayrım dikkate alındığında,yerel-olmayan (2) indirgenmesi için,ölçülen gözlenebilirin ne kadar değiştiğini bir düşünce deneyinin çerçevesi içinde bulabiliriz.(1)

İçinde çok sayına özdeş tanecik bulunan bir kutumuz olduğunu kabûl edelim.Kutuyu belirli bir ölçüde ısıtarak içindeki tanecikleri hızlandıralım.Kutunun kapağının,önceden yapılan bir düzenleme ile, Δt kadarlık bir süre için açık kaldığını ve sonra da kapandığını düşünelim. Değişkenlerin başlangıç değerlerinin, Δt süresi içinde,kutudan bir tanecik çıkmasının olasılığını bir verecek şekilde seçildiğini kabûl

---

(1) Bu iddia,ilk olarak Koç 1981(d) 'de ileri sürülmüş ve düşünülmesi mümkün olan karşı argümanlar da dikkate alınarak sözkonusu makalede savunulmuştur.

edelim.[1] Ayrıca, taneciğin durgunluk kütlesi m_o 'ı da bildiğimizi varsayalım. Tanecik kutudan çıktıktan sonra, impulsu, bir gözlemci tarafından doğrudan ölçülebilsin.

Taneciğin, kutudan çıktıktan sonraki, ancak impulsu doğrudan ölçülmeden önceki başlangıç hâlini gösteren ket vektörü $|\Phi(p)\rangle$ 'yi, impuls operatörünün öz-fonksiyonları cinsinden şöyle açarız:

$$|\Phi(p)\rangle = \sum_i c_i\,|\phi_i(p)\rangle \qquad \ldots (3)$$

Düşünce deneyinde, sırayla şu üç ölçmeyi yaptığımızı düşünelim:

(i) tanecik kutuyu terketmeden önce, kutunun başlangıç kütlesi m_{Bi}, kutu ölçülerek bulunur;

(ii) tanecik kutudan çıktıktan sonra, gözlemci, taneciğin impulsunu doğrudan ölçer ve p_i öz-değerini bulur; impuls ölçmesi:

$$|\Phi(p)\rangle \longrightarrow |\phi_i(p)\rangle \qquad \ldots (4)$$

indirgenmesine yolaçar;

(iii) taneciğin impulsunun doğrudan ölçülmesinden sonra, kutunun kütlesi m_{Bf}, kutu ölçülerek bulunur.

Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'deki kütle-enerji bağıntısını kullanarak, taneciğin kutuyu terketmesinden hemen sonraki enerjisi E şöyle bulunur:

$$E = (m_{Bi} - m_{Bf})\, c^2 \qquad \ldots (5)$$

c, ışığın hızını gösterir.

Serbest taneciğin, kutuyu terkettikten sonraki ve impulsunun doğrudan ölçülmesinden önceki klâsik impulsu p_k şu şekilde hesaplanır:

$$p_k = \left(\frac{E^2}{c^2} + m_o^2 c^2\right)^{1/2} \qquad \ldots (6)$$

(6) denklemi ile verilen yerel-olmayan klâsik impuls p_k 'nın, p_i bulunduktan sonra elde edilmiş olduğuna dikkat etmek gerekir. Sadece m_{Bi} 'yi kullanarak, taneciğin mekânın neresinde olduğunu bulamayız. p_k 'nin bu-

---

(1) Bu tür bir düzenlemenin mümkünlüğünü ileri süren farklı bir düşünce deneyi için bkz. Einstein et al. 1931.

lunmasını mümkün kılan m_{Bf} ise, taneciğin kuantum mekaniksel impulsu, ölçme ile p_i olarak belirlendikten sonra bulunmuştur. Dolayısıyla, (6) denklemi, impuls ölçmesi öncesinde, sözkonusu serbest tanecik için, yerel-olmayan klâsik bir impuls tanımlar. Bu tür bir impulsu kuantum kuramından elde edemeyiz. Ancak, (6) denkleminde tanımlanan impuls, kuantum mekaniği ile herhangi bir tutarsızlığa da yolaçmaz. (6) denklemindeki impuls p_k 'nin yerel-olmayışı, p_k 'nin, kuantum mekaniksel impuls p_i ile birlikte düşünülmesini mümkün kılar.

Kuantum mekaniği ve indirgenme (4) ile tutarlı olarak, yerel-olmayan impulsun korunduğunu (conserve) kabûl edebiliriz. Bu korunma, yerel ve yerel-olmayan impulsun korunmasının daha gevşek (weak) bir şeklidir ve kuantum mekaniği ile (a fortiori) tutarlıdır.[1] Dolayısıyla, serbest taneciğin ölçme öncesindeki impulsu p_k ve ölçme sonrasındaki impulsu da p_i olduğuna göre, ölçme nedeniyle taneciğin impulsunda meydana gelebilecek değişiklik $(\Delta p)_i$ 'nin:

$$(\Delta p)_i = p_i - p_k \qquad \ldots (7)$$

şeklinde bulunabileceğini ileri sürebiliriz.

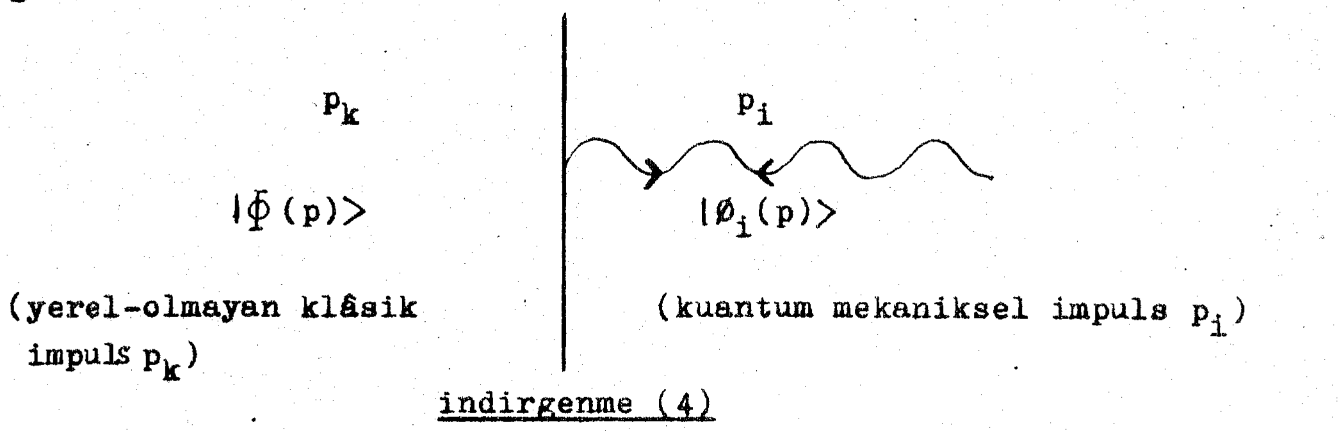
Kutunun istatistiksel bir sistem olması nedeniyle, bu sistemin başlangıç hâlinin bilgisini veren m_{Bi} 'den, taneciğin kesin bir impuls değerini elde edemeyiz. Bu nedenle, m_{Bi} 'nin elde edildiği ölçme, (4) ile gösterilen yerel-olmayan indirgenmeye yolaçmaz. Dolayısıyla, (6) denkleminin belirlediği yerel-olmayan klâsik impuls p_k, kuantum mekaniğinden bulunamaz. Bu bakımdan, kuantum mekaniğini kullanarak, p_k 'nin p_i 'ye eşit olması (ve dolayısıyla, $(\Delta p)_i = 0$ olması) gerektiğini ileri süremeyiz. Üstelik, taneciğin ölçme öncesindeki impulsunu belirleyen (5) ve (6) denklemlerinden elde edilen sonuçların yerel-olmayan bir şekilde kullanılmaları nedeniyle, yerel-olmayan (4) indirgenmesi ile herhangi bir tutarsızlık ortaya çıkmaz (Koç 1981(d), s.402-404).

---

(1) İmpuls ve enerji korunumu için bkz. Dirac 1962, s.114-115.

Dolayısıyla, kuantum mekaniği ile bir tutarsızlığa düşmeden, ölçme öncesinde, taneciğin, (6) denklemi ile belirlenen yerel-olmayan klâsik bir impulsu bulunduğunu <u>ve</u> ölçme nedeniyle, taneciğin impulsunda (7) denklemi ile belirlenen $(\Delta p)_i$ mertebesinde bir değişiklik meydana geldiğini ileri sürebiliriz.

Düşünce deneyine bağlı olarak anlatılmış bunulanlar şu resimle gösterilebilir:



<u>Resim 1</u>.

Resim 1 'deki (→), (+)yönü ve, (←) de, (-) yönü gösterir. Bu yönlerin fiziksel anlamları, serbest taneciğin Schrödinger denkleminin çözümlerine bağlı olarak açıklanacaktır.

Kuantum mekaniği KM 'ye göre, indirgenme (4) 'ten önce, taneciğin başlangıç hâli $|\Phi(p)\rangle$ ile tasvir edildiğinde, taneciğin belirli bir impuls değeri yoktur (Pauli 1980, s.67-78). Oysa, KM^E 'ye göre, taneciğin kuantum mekaniksel hâli $|\Phi(p)\rangle$ ile tasvir edildiğinde, p_k ile gösterilen ve (5) ile (6) denklemlerinden elde edilen belirli bir impuls değeri vardır. KM^E 'de, yerel-olmayan klâsik impuls p_k 'nin, $|\Phi(p)\rangle$'den, KM ile tutarlı olarak elde edilebileceği gösterilmektedir.

İndirgenme (4) 'ün, t_m zamanında meydana gelmiş olduğunu kabûl edelim.[(1),(2)] O zaman, serbest taneciğin KM^E 'deki impulsu $\mathbb{P}$, ölçme <u>öncesi</u> için (yani, $t < t_m$), yerel-olmayan klâsik impuls P_K ve ölçme <u>sonrası</u>

---

(1) İndirgenmenin, bir <u>an</u>'da meydana gelmesi konusu için bkz. von Neumann 1955, s.351-354.
(2) Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E için bkz. Koç 1981(f).

için de (yani, $t \geq t_m$), kuantum mekaniksel impuls P_{KM} 'nin toplamı olarak gösterilir:

$$\mathbb{P} = \left[P_K\right]_{t > t_m} + \left[P_{KM}\right]_{t \leq t_m} \quad \ldots (8)$$

$t < t_m$ için, P_{KM} ölçülmemiş olduğundan, belirli bir değeri yoktur.
$t \geq t_m$ için ise, P_{KM} ölçülmüş ve taneciğin kuantum mekaniksel impulsu belirlenmiştir; dolayısıyla artık P_K 'den sözedilemez.(1)

KM^E 'deki impuls $\mathbb{P}$ 'yi tanımlayan (8) denkleminde geçen $\left[P_K\right]_{t < t_m}$ 'nin değeri, (6) denklemindeki p_k ile belirlenir. $\left[P_{KM}\right]_{t \geq t_m}$ nin öz-değerleri ise, serbest taneciğin Schrödinger denkleminden elde edilir.

Tek boyutta, serbest tanecik için Schrödinger denklemi şöyle yazılır:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi = E\psi \quad \ldots (9)$$

(9) denkleminin iki bağımsız çözümü vardır:

$$\psi_k^+ = e^{ikx} \quad \text{ve} \quad \psi_k^- = e^{-ikx} \quad \ldots (10)$$

(10) 'da verilen çözümler, impuls operatörü $\hat{p}$ 'nin öz-fonksiyonlarıdır. Dolayısıyla, şu denklemleri elde ederiz:

$$\hat{p}\,\psi_k^{\pm} = \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\psi_k^{\pm} = \pm\frac{\hbar}{i}\,ik\,\psi_k^{\pm} = \pm(\hbar k)\,\psi_k^{\pm} \quad \ldots (11)$$

(11) 'de bulduğumuz $+(\hbar k)$ ve $-(\hbar k)$ öz-değerleri, (10) 'daki öz-fonksiyonlara tekabül eder. (11) 'daki iki impuls öz-değeri için de, serbest taneciğin enerjisi aynıdır:

$$E^{\pm} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \ldots (12)$$

(11) ve (12) 'de geçen " k ", serbest taneciğe tekabül ettiği düşünülen de Broglie dalgasının, "dalga sayısını" gösterir.(2)

KM^E 'de, (8) denklemi ile tanımlanan impuls $\mathbb{P}$ 'nin öz-değerleri,

---

(1) Bu bölümde anlatılan düşünce deneyinin çerçevesi içinde, serbest taneciğin impulsunun ölçülmesi için bkz. Ek 1.
(2) Dalga sayısını gösteren değişken k, dalga sayısı vektörü $\vec{k}$ 'ye tekabül eder.

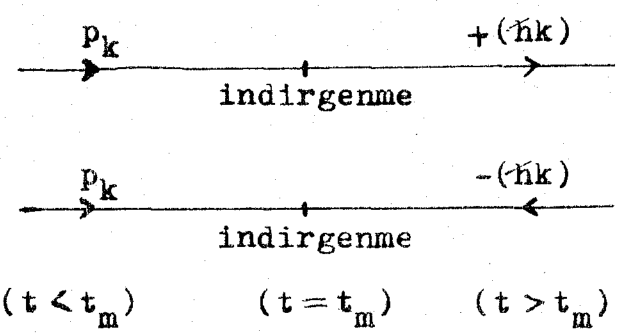
(11) denklemini de kullanarak şöyle yazılır:

$$(p_k)_{t<t_m} + (\hbar k)_{t \geq t_m} \quad \underline{\text{ve}} \quad (p_k)_{t<t_m} - (\hbar k)_{t \geq t_m} \quad \ldots (13)$$

Resim 1 'deki ($\rightarrow$) ve ($\leftarrow$) yönleri,kuantum mekaniksel impulsun öz-değerlerinin işaretleri (+) ve (-) 'ye tekabül eder.+($\hbar k$),($\rightarrow$) yönünde ve ($\hbar k$) büyüklüğünde bir impulsu ve,-($\hbar k$) ise,($\leftarrow$) yönünde ve ($\hbar k$) büyüklüğünde bir impulsu gösterir.

Sözkonusu impulsun yerel olmayışı nedeniyle <u>mekânsal yönlerden</u> sözedemeyiz.Dolayısıyla,($\rightarrow$) yönü,çoğalan enerjiyi ve,($\leftarrow$) yönü de azalan enerjiyi gösteren hâl vektörlerine tekabül eder.

KM^E 'de,impuls $\mathbb{P}$ 'nin (13) 'te gösterilen öz-değerlerini şu şekilde anlatabiliriz:



<u>Resim 2</u>.

Tanım (8) ve Resim 2 'den de anlaşıldığı gibi,KM^E 'ye göre,serbest taneciğin impulsunu gösteren $\mathbb{P}$ 'nin,ölçme öncesinde de,sonrasında da belirli değerleri vardır. $\mathbb{P}$,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı, yerel-olmayan indirgenme (4) ve yerel-olmayan kuantum mekaniksel impuls ile tutarsızlığa yolaçmaz.Yani,ölçme öncesinde de,sonrasında da serbest taneciğe ait mekân koordinatları düşünemeyiz.Tanecigi ölçerek mekânda lokalize edersek, $\mathbb{P}$ 'nin bilgisi ortadan kalkar;yani,yerel-olmayan klâsik impulsun ve kuantum mekaniksel impulsun bilgisini kaybetmiş oluruz.

$\mathbb{P}$ 'yi matematiksel olarak anlatabilmek için, $\mathbb{P}$ 'yi meydana getiren P_K ve P_{KM} 'yi tanımlamamız gerekmektedir.Ancak,kuantum mekaniksel impuls P_{KM} 'yi,tek boyutta, "$\frac{\hbar}{i}\ \frac{d}{dx}$" operatörü ile tanımlamak yerine,daha soyut bir yöntem kullanacağız.

Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'de,serbest tanecik için,kuantum mekaniksel impuls operatörü P_{KM} 'yi şu matris ile tanımlayacağız:

$$P_{KM} = \begin{pmatrix} 0 & -i\hbar k \\ i\hbar k & 0 \end{pmatrix} \qquad \ldots (14)$$

Tanım (14) 'teki P_{KM},Hermit operatörüdür;yani:

$$P_{KM}^{\dagger} = P_{KM} \qquad \ldots (15)$$

Dolayısıyla,P_{KM},gözlenebilirlerin,Dirac formalizmi içinde Hermit operatörler ile gösterilmeleri şartını sağlar.

P_{KM} 'nin,(11) denklemi ile de uygun olarak,$+(\hbar k)$ ve $-(\hbar k)$ gibi iki öz-değeri vardır:

$$P_{KM}\,|\emptyset^{\pm}(p)\rangle = \pm(hk)|\emptyset^{\pm}(p)\rangle \qquad \ldots (16)$$

(16) 'daki öz-değer denklemi çözülerek,P_{KM} operatörünün normalize öz-vektörleri bulunur.Bu öz-vektörleri şöyle gösteririz:

$$|\emptyset_1\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad |\emptyset_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \ldots (17)$$

$|\emptyset_1\rangle$,$+(\hbar k)$ ve,$|\emptyset_2\rangle$,$-(\hbar k)$ öz-değerlerine tekabül eder.Yani:

$$\left.\begin{aligned} P_{KM}|\emptyset_1\rangle &= +(\hbar k)\,|\emptyset_1\rangle \\ P_{KM}|\emptyset_2\rangle &= -(\hbar k)\,|\emptyset_2\rangle \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (18)$$

(17) 'deki öz-vektörler,karşılıklı-dik birim vektörlerdir:

$$\langle \emptyset_i | \emptyset_j \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \ ; i,j = 1,2 \\ 0, & i \neq j \end{cases} \qquad \ldots (19)$$

Ölçme yapılmadan önce (yani,indirgenme (4) meydana gelmeden önce), serbest taneciğin başlangıç hâlini gösteren $|\Phi(p)\rangle$ 'yi,P_{KM} operatörünün öz-vektörleri cinsinden bir seri olarak yazarız:

$$|\Phi(p)\rangle = \sum_{k=1}^{2} (\langle \emptyset_k \,|\, \Phi(p)\rangle)|\emptyset_k\rangle \qquad \ldots (20)$$

$|\phi_1\rangle$ ve $|\phi_2\rangle$ 'nin normalizasyon sabitlerinin $(1/\sqrt{2})$ olması nedeniyle,(20) 'yi şu şekilde yazabiliriz:

$$|\Phi(p)\rangle = (1/\sqrt{2})|\phi_1\rangle + (1/\sqrt{2})|\phi_2\rangle \qquad \ldots (21)$$

(4) indirgenmesi meydana gelmeden önce,kuantum mekaniksel impulsun ölçülmesi durumunda,$+(\hbar k)$ öz-değerinin bulunmasının olasılığı:

$$|\langle\phi_1|\Phi(p)\rangle|^2 = (1/2) \qquad \ldots (22)$$

ve,$-(\hbar k)$ öz-değerinin bulunmasının olasılığı da:

$$|\langle\phi_2|\Phi(p)\rangle|^2 = (1/2) \qquad \ldots (23)$$

dir.Serbest taneciğin kuantum mekaniksel impulsunun beklenilen değeri (expectation value),(18) 'i kullanarak,$|\phi_1\rangle$ vektörü ile gösterilen hâl için:

$$\langle P_{KM}\rangle_{\phi_1} = \langle\phi_1|P_{KM}|\phi_1\rangle = +(\hbar k) \qquad \ldots (24)$$

ve,$|\phi_2\rangle$ vektörü ile gösterilen hâl için de:

$$\langle P_{KM}\rangle_{\phi_2} = \langle\phi_2|P_{KM}|\phi_2\rangle = -(\hbar k) \qquad \ldots (25)$$

olarak bulunur.

Yerel-olmayan klâsik impuls P_K ise şu matris ile tanımlanır[1]:

$$P_K = \begin{pmatrix} p_k & 0 \\ 0 & p_k \end{pmatrix} \qquad \ldots (26)$$

Tanım (26) 'daki P_K operatörü de,P_{KM} gibi,Hermit operatörüdür.

P_K 'nin öz-değeri p_k 'ye:

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \ldots (27)$$

olarak seçtiğimiz ket vektörü tekabül eder.[2]

---

(1) Klâsik dinamik değişkenlerin de,uygun olarak seçilmiş ket vektörleri ve operatörler ile gösterilebileceğini göz önünde bulundurmamız gerekiyor (bkz. Kurşunoğlu 1962,s.9-16).

(2) Tanım (26) 'da,P_K 'nın,p_k ile $\hat{I}$ birim matrisinin çarpımı olarak gösterilebilmesi herhangi bir sorun meydana getirmez.$|p\rangle$ 'yi,(27)'deki ket vektörü yerine,$(-i/\sqrt{2} \;\; -i/\sqrt{2})^{\dagger}$ şeklinde de seçebiliriz.Böyle bir seçim,KM^E 'ye bağlı olarak ileri sürdüğümüz iddiaların değişmesine yolaçmaz.

P_K operatörü için şu öz-değer denklemi geçerlidir:

$$P_K|p\rangle = p_k|p\rangle \quad \ldots (28)$$

(14) ve (16) 'yı kullanarak, $\mathbb{P}$ 'nin (8) ile verilen tanımını şu şekilde yeniden yazarız:

$$\mathbb{P} = P_K + P_{KM} = \begin{pmatrix} p_k & -i\hbar k \\ i\hbar k & p_k \end{pmatrix} \quad \ldots (29)$$

(29) 'da tanımlanan $\mathbb{P}$,Hermit operatörüdür.P_K,P_{KM} ve $\mathbb{P}$ çarpmada yer değiştirirler.[1] Tanım (29) 'da,tanım (8) 'de kullanılan ve indirgenme (4) 'ün <u>öncesi</u> ile <u>sonrasını</u> gösteren zaman indisleri,bu ayrımın artık bağlamdan anlaşılacağı düşünülerek, kısaltma yapmak amacıyla kullanılmamaktadır.

$$\mathbb{P}|\emptyset_i\rangle = p_i|\emptyset_i\rangle \quad \ldots (30)$$

öz-değer denklemi çözülürse, $\mathbb{P}$ 'nin öz-değerleri,$(p_k+\hbar k)$ ve $(p_k - \hbar k)$ olarak bulunur. $\mathbb{P}$ 'nin öz-fonksiyonları ise şöyledir:

$$|\emptyset_1\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad |\emptyset_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \ldots (31)$$

(31) 'den de görüldüğü gibi, $\mathbb{P}$ 'nin öz-vektörleri,P_{KM} 'nin (17) 'de belirlenen öz-vektörleri ile aynıdır.Bu öz-vektörlerden $|\emptyset_1\rangle$, $(p_k+\hbar k)$ 'ye ve,$|\emptyset_2\rangle$ ise,$(p_k - \hbar k)$ 'ye tekabül eder.

$\mathbb{P}$ ile P_{KM} 'nin aynı öz-vektörlere sahip olması,KM^E 'de,indirgenme (4) 'ten sonrası için, $\mathbb{P}$ 'nin P_{KM} 'ye (tanım bakımından) indirgenmesini sağlar.Yani,indirgenme (4) 'ün meydana gelmesiyle birlikte, $\mathbb{P}$, kuantum mekaniksel impuls P_{KM} 'ye dönüşür.

$\mathbb{P}$ operatörü şu denklemleri sağlar:

$$\left.\begin{aligned} \mathbb{P}|\emptyset_1\rangle &= (p_k + \hbar k)|\emptyset_1\rangle \\ \mathbb{P}|\emptyset_2\rangle &= (p_k - \hbar k)|\emptyset_2\rangle \end{aligned}\right\} \quad \ldots (32)$$

---

(1) P_K,P_{KM} ve $\mathbb{P}$ 'nin yer değiştirme bağıntıları ve bunların fiziksel anlamları için bkz. Ek 2.

KM^E 'de,serbest taneciğin başlangıç hâlini tasvir eden ket vektörünü,(20) 'ye benzer olarak,(31) 'deki öz-vektörlerin cinsinden bir seri ile gösterebiliriz:

$$|\Phi(p)\rangle = \sum_{k=1}^{2} (\langle \phi_k \mid \Phi(p)\rangle)|\phi_k\rangle \qquad \ldots (33)$$

Öz-fonksiyonların normalizasyon sabitlerinin $(1/\sqrt{2})$ olması nedeniyle de,(21) 'e benzer olarak,(33) 'ü şöyle yazabiliriz:

$$|\Phi(p)\rangle = (1/\sqrt{2})|\phi_1\rangle + (1/\sqrt{2})|\phi_2\rangle \qquad \ldots (34)$$

(14),(26) ve (29) ile verilen tanımların ilginç bir yanı, $\mathbb{P}$ operatörünü,yerel-olmayan klâsik impuls operatörü P_K 'nin öz-vektörü $|p\rangle$ 'ye uygulayarak,yerel-olmayan klâsik impuls ile kuantum mekaniksel impulsun ayırılmalarını (dekuple edilmelerini) mümkün kılmalarıdır.Bu ayırmayı şu şekilde yaparız:

$$\left.\begin{aligned} \mathbb{P}|p\rangle &= p_k|p\rangle + (\hbar k)\begin{pmatrix} -i/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = p_k|p\rangle + (\hbar k)|p_1'\rangle \\ \mathbb{P}|p\rangle &= p_k|p\rangle - (\hbar k)\begin{pmatrix} i/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = p_k|p\rangle - (\hbar k)|p_2'\rangle \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (35)$$

(35) 'teki denklemlerden de görüldüğü gibi,ölçme öncesi ve sonrasındaki impulsların ayırılması işleminden şu vektörleri elde ederiz:

$$|p_1'\rangle = \begin{pmatrix} -i/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad |p_2'\rangle = \begin{pmatrix} i/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \qquad \ldots (36)$$

(36) 'daki vektörler ile $|p\rangle$ vektörü arasında şu diklik bağıntısı ortaya çıkar:

$$\langle p_1'|p\rangle = \langle p_2'|p\rangle = 0 \qquad \ldots (37)$$

(35) 'teki denklemleri ve (37) 'deki diklik bağıntısını,fiziksel bakımdan şu şekilde yorumlayacağız: Taneciğin hâli,yerel-olmayan klâsik impuls operatörü P_K 'nin öz-vektörü $|p\rangle$ ile tasvir edildiğinde, yerel-olmayan klâsik impuls ile kuantum mekaniksel impulsu ayırırsak (dekuple edersek),ayırılmış impulslara tekabül eden ket vektörleri

dik'tir;yani,yerel olmayan klâsik impuls ve kuantum mekaniksel impuls, aynı fiziksel hâlde birlikte fiilî(actual) olamaz.Dolayısıyla, $|p\rangle$ ket vektörü için, $\mathbb{P}$ 'nin beklenilen değeri,yerel-olmayan klâsik impuls p_k 'dir:

$$\langle \mathbb{P} \rangle_p = \langle p | \mathbb{P} | p \rangle = p_k \qquad \ldots (38)$$

$\mathbb{P}$ 'nin,(31) 'de belirlenen öz-vektörlerini, $|p\rangle$, $|p_1'\rangle$ ve $|p_2'\rangle$ ket vektörlerinin terimleriyle gösterebiliriz:

$$\left.\begin{aligned} |\phi_1\rangle &= (\tfrac{1+i}{2})(\,|p\rangle + |p_1'\rangle\,) \\ |\phi_2\rangle &= (\tfrac{1-i}{2})(\,|p\rangle + |p_2'\rangle\,) \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (39)$$

Böylece,(39) 'daki denklemlerde, $\mathbb{P}$ 'nin öz-vektörleri,ayrışmış (yerel-olmayan klâsik impuls) ve (kuantum mekaniksel impuls) 'a tekabül eden ket vektörlerinin cinsinden anlatılmış olur.Bu tür bir ayrıştırma ve öz-vektörlerin (39) 'daki denklemlere benzer şekilde yazılması,kuantum mekaniği KM bakımından mümkün değildir.Bu olanaksızlığın nedeni,kuantum mekaniğinde,ölçme öncesi (yani,indirgenme (4) öncesi) için, $|p\rangle$ ile gösterilen fiziksel hâlin tanımlanmamış olmasıdır.

(39) ve (34) 'ü kullanarak, KM^E 'de,serbest taneciğin başlangıç hâlini tasvir eden $|\Phi(p)\rangle$ vektörünü şu şekilde yazarız:

$$|\Phi(p)\rangle = (\tfrac{1+i}{2\sqrt{2}})(\,|p\rangle + |p_1'\rangle\,) + (\tfrac{1-i}{2\sqrt{2}})(\,|p\rangle + |p_2'\rangle\,) \qquad \ldots (40)$$

Başlangıç hâlinin (40) 'daki vektör ile belirlenmesi, KM^E 'ye özgüdür. Kuantum mekaniği KM 'de,serbest taneciğin başlangıç hâli,(40) 'daki ket vektörü ile tanımlanamaz.

$\mathbb{P}$ 'nin öz değeri $(p_k + \hbar k)$ 'nin bulunmasının olasılığı:

$$|\langle \phi_1 | \Phi(p) \rangle|^2 = (1/\sqrt{2})^{1/2} = (1/2) \qquad \ldots (41)$$

ve diğer öz-değer $(p_k - \hbar k)$ 'nin bulunmasının olasılığı ise:

$$|\langle \phi_2 | \Phi(p) \rangle|^2 = (1/\sqrt{2})^{1/2} = (1/2) \qquad \ldots (42)$$

dir.(41) ve (42) 'de bulunan aynı olasılıklar, $|\Phi(p)\rangle$ yerine, $|p\rangle$

vektörünü kullanarak da bulunabilir.Yani,serbest taneciğin başlangıç hâlini $|p\rangle$ ile göstermemiz durumunda da,(41) ve (42)'deki olasılıkları elde ederiz.Bu önemli noktayı kısaca gösterelim.

(27) ve (31) denklemlerinden şu iki eşitliği buluruz:

$$\langle \phi_1 | p\rangle = \left(\frac{1-i}{2}\right) \quad \text{ve} \quad \langle \phi_2 | p\rangle = \left(\frac{1+i}{2}\right) \qquad \ldots (43)$$

(43) ise,(41) ve (42) 'deki olasılık değerlerini verir:

$$|\langle \phi_1 | p\rangle|^2 = (1/2) \quad \text{ve} \quad |\langle \phi_2 | p\rangle|^2 = (1/2) \qquad \ldots (44)$$

(44) 'de verilen olasılıklar,aynı zamanda,$|\phi_1\rangle$ ve $|\phi_2\rangle$ 'nin, (39) 'daki karşılıkları kullanılarak da bulunabilir.(27) ve (39) 'dan şu eşitliği elde ederiz:

$$\begin{aligned} \langle \phi_1 | p\rangle &= \left(\left(\frac{1+i}{2}\right)(|p\rangle + |p_1'\rangle)\right)^{\dagger} |p\rangle \\ &= \langle p|\left(\frac{1-i}{2}\right)|p\rangle + \langle p_1'|\left(\frac{1-i}{2}\right)|p\rangle \end{aligned} \qquad \ldots (45)$$

(37) 'deki diklik bağıntısı nedeniyle:

$$\langle p_1'|\left(\frac{1-i}{2}\right)|p\rangle = \left(\frac{1-i}{2}\right)\langle p_1'|p\rangle = 0 \qquad \ldots (46)$$

Dolayısıyla,(45) 'i şöyle yazarız:

$$\langle \phi_1 | p\rangle = \left(\frac{1-i}{2}\right)\langle p|p\rangle = \left(\frac{1-i}{2}\right) \qquad \ldots (47)$$

(47) ise,(44) 'de bulunan olasılık değerini verir.$|\langle \phi_2 | p\rangle|^2$ 'yi de benzer olarak elde edebiliriz.

Görüldüğü gibi,(41),(44) ve (47) 'deki olasılıklar eşittir.Bu durumun fiziksel anlamını şöyle açıklayabiliriz:Serbest taneciğin başlangıç hâli $|\Phi(p)\rangle$ ile tasvir edildiğinde,impulsun doğrudan ölçülmesinden sonra taneciğin $|\phi_1\rangle$ (ya da,$|\phi_2\rangle$) ile gösterilen hâlde kalmasının olasılığı (1/2) 'dir.Bu düşünceler,kuantum mekaniğinin verdiği açıklama ile de aynıdır.Ancak,(44) denklemine göre,serbest taneciğin başlangıç hâlini,yerel-olmayan klâsik impuls P_K 'nin öz-vektörü $|p\rangle$ ile tasvir ettiğimizde,impulsun doğrudan ölçülmesinden sonra taneciğin $|\phi_1\rangle$ (ya da,$|\phi_2\rangle$) ile gösterilen hâlde kalmasının olasılığı da

(1/2) 'dir.Kuantum mekaniği KM 'de,$|p\rangle$ gibi bir hâl vektörü tanımlanmadığından dolayı,açıklamanın bu kısmı sadece KM^E 'ye özgüdür. Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre,serbest taneciğin hâlinin $|p\rangle$ vektörü ile tasvir edilebilmesi için bir ölçme yapılmış olmasına gerek yoktur;çünkü,$|p\rangle$,özel görelilik kuramından elde edilmiştir ve özü bakımından klâsik bir hâl vektörüdür.

Taneciğin impulsunun doğrudan ölçülmesiyle meydana gelen $(\Delta p)_i$ değişikliğini,KM^E 'yi kullanarak bulmadan önce,KM^E 'ye ait olan impuls $\mathbb{P}$ 'nin ve $\mathbb{P}$ 'yi oluşturan P_K ile P_{KM} 'nin beklenilen değerlerinin Dirac formalizmi ile tutarsızlığa yolaçmadan bulunabileceğini göstereceğiz.(1)

$\mathbb{P}$,P_K ve P_{KM} 'nin,$|\Phi(p)\rangle$,$|p\rangle$,$|\phi_1\rangle$ ve $|\phi_2\rangle$ hâl vektörleri için beklenilen değerleri şöyledir:

$$\langle\mathbb{P}\rangle_{\Phi(p)} = \langle\Phi(p)|\,\mathbb{P}\,|\Phi(p)\rangle = p_k \qquad \ldots (48)$$

$$\langle\mathbb{P}\rangle_p = \langle p|\,\mathbb{P}\,|p\rangle = p_k \qquad \ldots (49)$$

$$\langle\mathbb{P}\rangle_{\phi_1} = \langle\phi_1|\,\mathbb{P}\,|\phi_1\rangle = (p_k + \hbar k) \qquad \ldots (50)$$

$$\langle\mathbb{P}\rangle_{\phi_2} = \langle\phi_2|\,\mathbb{P}\,|\phi_2\rangle = (p_k - \hbar k) \qquad \ldots (51)$$

(48) ve (49),indirgenme (4) meydana gelmeden önce,tanecik, $|\Phi(p)\rangle$ ya da $|p\rangle$ ile tasvir edilen hâllerde düşünüldüğünde,p_k gibi belirli bir impuls değeri bulunduğunu belirtiyor. p_k,yerel-olmayan klâsik impulstur.(50) 'ye göre,indirgenme (4) meydana geldikten sonra,tanecik $|\phi_1\rangle$ ile gösterilen hâlde bulunuyorsa,impuls $\mathbb{P}$ 'nin değeri $(p + \hbar k)$ dir.Ancak,tanım (8) 'den de anlaşıldığı gibi,p_k,indirgenme (4) meydana gelmeden <u>önceki</u> impulsu ve $+(\hbar k)$ ise,indirgenme (4) meydana geldikten <u>sonraki</u> impulsu gösterir.Dolayısıyla,indirgenme (4) meydana gelmeden <u>önce</u> belirli bir kuantum mekaniksel impulstan ve indirgenme <u>sonrasında</u> da yerel-olmayan klâsik impulstan sözedemeyiz.(2)Benzer

---

(1) (48)-(59) denklemlerindeki hesaplamalar için bkz. Ek 3.
(2) Bu ayrımı açık olarak gösteren zaman indislerini kullanmayacağımızı,ancak bu ayrımın bağlamdan anlaşılması gerektiğini tanım (29) 'a bağlı olarak belirtmiştik.

şeyleri (51) için de düşünmek gerekir.

$$\langle P_K \rangle_{\Phi(p)} = \langle \Phi(p) | P_K | \Phi(p) \rangle = p_k \qquad \ldots (52)$$

$$\langle P_K \rangle_p = \langle p | P_K | p \rangle = p_k \qquad \ldots (53)$$

$$\langle P_K \rangle_{\phi_1} = \langle \phi_1 | P_K | \phi_1 \rangle = p_k \qquad \ldots (54)$$

$$\langle P_K \rangle_{\phi_2} = \langle \phi_2 | P_K | \phi_2 \rangle = p_k \qquad \ldots (55)$$

Zaman indislerinin açıkça kullanılmadığı hatırlanırsa,(54) ve (55) denklemlerinde geçen p_k değerinin ölçme öncesine ait olduğu anlaşılır. Yani,serbest tanecik $|\phi_1\rangle$ (ya da,$|\phi_2\rangle$) ile tasvir edildiğinde,bu hâle girmeden önceki yerel-olmayan klâsik impulsunun değeri p_k 'dir.

$$\langle P_{KM} \rangle_{\Phi(p)} = \langle \Phi(p) | P_{KM} | \Phi(p) \rangle = 0 \qquad \ldots (56)$$

$$\langle P_{KM} \rangle_p = \langle p | P_{KM} | p \rangle = 0 \qquad \ldots (57)$$

$$\langle P_{KM} \rangle_{\phi_1} = \langle \phi_1 | P_{KM} | \phi_1 \rangle = +(\hbar k) \qquad \ldots (58)$$

$$\langle P_{KM} \rangle_{\phi_2} = \langle \phi_2 | P_{KM} | \phi_2 \rangle = -(\hbar k) \qquad \ldots (59)$$

(56) ve (57) 'ye göre,serbest taneciğin indirgenme (4) meydana gelmeden <u>önceki</u> hâli $|\Phi(p)\rangle$ veya $|p\rangle$ ile tasvir edildiğinde,kuantum mekaniksel impulsun belirli bir değeri yoktur.(58) ve (59) 'a göre, taneciğin hâli,indirgenme (4) meydana geldikten sonra $|\phi_1\rangle$ ile tasvir ediliyorsa,P_{KM} 'nin öz-değeri $+(\hbar k)$ ve,$|\phi_2\rangle$ ile tasvir ediliyorsa, $-(\hbar k)$ 'dir.

Bu tartışmalardan da açıkça görüldüğü gibi,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'de tanımlanan impuls $\mathbb{P}$,yerel-olmayan klâsik impuls P_K ve,P_K 'nın öz-vektörü $|p\rangle$,bir tutarsızlığa yolaçmadan Dirac formalizmi içinde kuantum mekaniği ile birlikte düşünülebilir.KM^E 'nin oluşturulmasındaki amaç,serbest taneciğin impulsunda ölçme nedeniyle meydana gelen ve (7) ile gösterilen $(\Delta p)_i$ degişikliğinin,<u>birleşik bir kuramsal çerçeve</u> içinde hesaplanabilmesini sağlamaktır.(1)

---

(1) Bu tür bir kuramsal çerçevenin teorik fizikte bulundugunu söyleyemeyiz.Rölativistik kuantum mekanigi de,(7) 'deki farkın hesaplanabilmesi için birleşik bir çerçeve oluşturmaz.Ayrıntılı bir çözümleme yapılmasını gerektirdiğinden dolayı,bu konunun incelenmesine bu çalışmada girmiyoruz.

(7) ile verilen $(\Delta p)_i$ 'de geçen p_k,özel görelilik kuramından ve p_i ise,kuantum mekaniğinden elde edilmiştir.Klâsik impuls p_k 'nın yerel-olmayışı nedeniyle Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ihlâl edilmez.Dolayısıyla,p_k 'yı,kuantum mekaniksel impuls p_i ile birlikte düşünebiliriz.Ancak,$(\Delta p)_i$ 'yi bulmak için,p_k 'yı p_i 'den çıkartmak,

elmalar armutlardan çıkartılamaz

şeklinde düşünülen temel bir kural ile tutarsızlığa yolaçar.Yerel-olmayan klâsik impuls p_k ile kuantum mekaniksel impuls p_i,aynı fiziksel boyuta (yani,(Kütle x Uzunluk x Zaman^{-1}))sahip oldukları hâlde, önemli <u>kategorik farklar</u> gösterirler.

Bu kategorik farkları şöyle dile getirebiliriz:

(a) p_k 'nın elde edildiği özel görelilik kuramı ile,p_i 'nin elde edildiği kuantum mekaniği,<u>ölçme</u> bakımından farklıdır.Özel görelilik kuramı,<u>ölçme</u> bakımından klâsik bir kuramdır;yani,<u>ölçme</u> öncesi ile sonrası arasında kategorik bir ayrım yapılmaz.Oysa,kuantum mekaniğinde,ölçmede ortaya çıkan indirgenme nedeniyle,ölçme öncesi ile sonrası arasında <u>kuvve-gerçek</u>(potentiality-actuality) şeklinde zorunlu bir ayrım yapılması gerekmektedir

(b) p_k,tamamen klâsik olarak elde edilmiştir;bu nedenle,dalgasal özellikler içermez.Oysa,kuantum mekaniksel impuls p_i,dalga boyu, dalga sayısı gibi dalgasal özellikler içerir.

p_k 'nın elde edildiği (6) bağıntısının,kuantum mekaniksel impuls p_i için de geçerli olduğu açıktır.Ancak,taneciğin,(6) 'da geçen enerjisi E, (5) denklemi ile bulunur. (5) 'deki enerji E ise,klâsik bir enerjidir.Yani,klâsik bir cisim olan kutunun kütle farkı ve kütle-enerji bağıntısından elde edilmiştir.Bu tür klâsik bir enerjiye,özel görelilik kuramı bakımından <u>ad hoc</u> bir şekilde,dalgasal özellikler atfedemeyiz.Dolayısıyla,sözkonusu klâsik enerjiden türetilen impulsun dalgasal özelliklerinden de sözedemeyiz.Bu nedenle,p_k ve p_i arasında

(b) ile belirtilen fark, ontolojiktir; gerek felsefe, gerekse teorik fizik açısından son derece önemlidir. Teorik fizik bağlamında, birleştirilmiş kuramların oluşturulabilmesi ancak bu farkı gidermekle mümkün görünmektedir.

p_k ve p_i arasında ortaya çıkan (a) ve (b) farkları nedeniyle, $(\Delta p)_i$ 'yi, (7) denklemindeki gibi, p_k 'yi p_i 'den çıkartarak elde etmek, haklı gösterilebilir bir yol değildir. Ancak, genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'de impuls $\mathbb{P}$ 'nin tanımlanması, (a) 'daki farkı ortadan kaldırır. KM^E bakımından ileri sürülen sonuçlar için (b) 'deki farkın giderilmesi gerekli değildir; bu ontolojik farkın giderilmesi, belki de, bu incelemenin kısmen konusu olan "mekân" kavramının daha iyi anlaşılmasıyla mümkün olacaktır.

Serbest tanecik için oluşturulan genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre, $(\Delta p)_i$ 'yi, p_k 'yi p_i 'den çıkartarak bulmak yerine, $\mathbb{P}$ 'nin $|\Phi(p)\rangle$ hâlindeki beklenilen değeri $\langle\mathbb{P}\rangle_{\Phi(p)}$ 'yi, $\mathbb{P}$ 'nin $|\emptyset_i\rangle$ hâlindeki beklenilen değeri $\langle\mathbb{P}\rangle_{\emptyset_i}$ 'den çıkartarak elde ederiz.

Ölçmeden dolayı taneciğin impulsunda meydana gelen değişiklik $(\Delta p)_i$, taneciğin hâli $|\emptyset_i\rangle$ ile tasvir edildiğinde impuls $\mathbb{P}$ 'nin değeri ile taneciğin hâli $|\Phi(p)\rangle$ ile tasvir edildiğinde impuls $\mathbb{P}$ 'nin değeri arasındaki farktan elde edilir:

$$(\Delta p)_i = \langle\mathbb{P}\rangle_{\emptyset_i} - \langle\mathbb{P}\rangle_{\Phi(p)} \qquad \ldots (60)$$

$\mathbb{P}$ 'nin iki öz-değeri bulunması nedeniyle, iki farklı $(\Delta p)_i$ ortaya çıkacaktır. Birinci öz-değer için (60) 'ı şöyle yazarız:

$$(\Delta p)_1 = \langle\mathbb{P}\rangle_{\emptyset_1} - \langle\mathbb{P}\rangle_{\Phi(p)} \qquad \ldots (61)$$

$\langle\mathbb{P}\rangle_{\Phi(p)}$ 'nin değerini (48) 'den ve $\langle\mathbb{P}\rangle_{\emptyset_1}$ 'in değerini de (50) 'den bularak (61) 'i şu şekilde yazarız:

$$(\Delta p)_1 = (p_k + \hbar k) - p_k \qquad \ldots (62)$$

(62) 'yi basitleştirerek şunu elde ederiz:

$$(\Delta p)_1 = +(\hbar k) \qquad \ldots (63)$$

Benzer olarak,$(\Delta p)_2$ şu şekilde yazılır:

$$(\Delta p)_2 = \langle \mathbb{P} \rangle_{\phi_2} - \langle \mathbb{P} \rangle_{\Phi(p)} \qquad \ldots (64)$$

$\langle \mathbb{P} \rangle_{\Phi(p)}$ 'nin değerini (48) 'den ve $\langle \mathbb{P} \rangle_{\phi_2}$ 'nin değerini de (51) 'den bularak şunu yazarız:

$$(\Delta p)_2 = (p_k - \hbar k) - p_k \qquad \ldots (65)$$

(65) 'i basitleştirerek şu denklemi buluruz:

$$(\Delta p)_2 = -(\hbar k) \qquad \ldots (66)$$

Böylece,(63) ve (66) denklemleri ile,taneciğin doğrudan ölçülmesinden dolayı impulsunda meydana gelebilecek iki mümkün değişikliği belirlemiş olduk.

(63) ve (66) denklemlerinden de açıkça anlaşıldığı gibi,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre,ölçmeden dolayı taneciğin impulsunda meydana gelebilecek değişmeler,aslında,kuantum mekaniksel impulsun öz-değerleridir.

Kuantum mekaniği KM 'ye göre,indirgenme (4) 'den önce,serbest taneciğin belirli bir impuls değeri bulunmaz.Dolayısıyla,kuantum mekaniğinin Ortodoks ve Kopenhag yorumları,ölçme öncesinde taneciğin impulsunu mutlak bir belirsizlikle ele alarak,ölçmeden doğan değişmenin büyüklüğünün düşünülmesini engeller.Oysa,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre,ölçme öncesi için,taneciğin belirli bir yerel-olmayan klâsik impuls değerinden sözedebiliriz.Yerel-olmayan klâsik impulsun özel görelilik kuramından bulunması nedeniyle,kuantum mekaniğinin Ortodoks ve Kopenhag yorumları,ölçmede meydana gelen değişmelerin bulunmasını (düşünülmesini) engellemez.

Ölçme nedeniyle taneciğin impulsunda meydana gelebilecek degişmelerin mutlak değerleri eşittir:

$$|(\Delta p)_1| = |(\Delta p)_2| = \hbar k \qquad \ldots (67)$$

İndirgenme (4) ortaya çıkmadan önce,taneciğin impulsunda ölçme nedeniyle meydana gelen değişmenin büyüklüğü,(67) 'de verilmiş olduğu gibi,kesinlikle bulunabilir.

Ancak,kuantum mekaniksel impulsun dalgasal özelliklerinden dolayı, değişmeyi belirleyen ($\hbar k$) 'nin yönü'nü (yani,azalan enerjiye mi,yoksa çoğalan enerjiye mi tekabül ettiğini) kesinlikle tahmin edemeyiz.Ölçme öncesinde,($\hbar k$) 'nin yönünden,(41) ve (42) denklemlerindeki olasılıkların terimleriyle sözedebiliriz.Ölçme sonrasında ise,meydana gelmiş olan değişmenin büyüklüğü ve kuantum mekaniksel impulsunun (yani, KM^E 'ye göre değişmenin) yönü kesinlikle bilinir.Bu anlamda,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E,yerel-olmayan determinist bir kuramdır. Kuantum mekaniğinde,indirgenme (4) nedeniyle ortaya çıkan endeterminizm,serbest tanecik için,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'de giderilmiştir.

İndirgenme (4) ortaya çıkmadan önce,kuantum mekaniksel impulsun dalgasal özelliklerinden dolayı,ölçme nedeniyle meydana gelebilecek değişmenin yönü (yani,değişmenin,azalan enerjiye mi,yoksa çoğalan enerjiye mi tekabül ettiği) kesinlikle bilinemez.Ancak,bu tür bir belirlenemezlik,kuantum mekaniğinde ortaya çıkan dalga-tanecik düalitesi nedeniyle meydana gelir (bkz. bölüm 2 ve Ek 1).Yani,sözkonusu belirlenemezlik (eğer indirgenme,dalga-tanecik düalitesi nedeniyle meydana gelmiyorsa),indirgenme (4) 'den bağımsız görünmektedir.Bu bakımdan, kuantum kuramındaki determinizm tartışmasının,yerel-olmayan determinizm kavramı çerçevesinde,indirgenme (4) 'den kurtarılabileceği gösterilmiş olmaktadır.Dolayısıyla,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E , ayna zamanda,kuantum mekaniğinde ortaya çıkan ölçme sorununa da, serbest tanecik için bir çözüm getirmektedir.

KM^E 'de,(29) ile tanımlanan impuls $\mathbb{P}$ 'nin gizli bir dinamik değişken olmadığı açıktır.Dolayısıyla,4. bölümde belirlenen Bell teoremi, $\mathbb{P}$ 'nin (29) 'daki şekli ile tanımlanması engellemez.

$\mathbb{P}$,başlangıç hâlini gösteren $|\Phi(p)\rangle$ ket vektörü için,(48) ve (49) 'da gösterilmiş olduğu gibi,kesin bir impuls değeri belirlemektedir.Bu nedenle, $\mathbb{P}$ 'nin,(31) ve (39) 'daki öz-fonksiyonları cinsinden anlatılan ve başlangıç hâlini gösteren ket vektörü $|\Phi(p)\rangle$, 3. bölümde incelenmiş bulunan EPR makalesindeki tam'lık anlayışı ile de uygun olarak,serbest taneciğin tam bir tasvirini verir.

6. Sonuç

Kuantum kuramında,ölçme,ölçülen dinamik değişken bakımından, kuvve'yi(potentiality) gerçek'e(actuality) dönüştürür.Bu dönüşme mutlaktır;ölçme sonrasındaki gerçek'ten hareket ederek,ölçme öncesine ait aynı türden bir gerçek düşünülemez (bkz. bölüm 2).

Kuantum mekaniğinin temel bir postülatı olan Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı'ndan dolayı,mekân ile dinamik değişken impuls,aynı tasvirde birlikte kullanılamazlar.Mekân ve impuls'un ölçme öncesinde fiilî (actual) olmayışları nedeniyle,mekân koordinatının ölçülmesi durumunda impuls ve,impulsun ölçülmesi durumunda da mekân,ölçme sonrasını belirleyen tasvirden dışarlanır (bkz. bölüm 2,(1) ve (2)).

Ölçme öncesinde,mekân ve dinamik değişken impuls'un birlikte kuvvede mevcut(potential) olarak düşünülmeleri,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ile bir tutarsızlığa yolaçmaz.Kuvvede mevcut olmalarından dolayı,mekân ve impuls'a belirli(determinate) değerler verilemez.

Ancak,kuantum mekaniği ve özel görelilik kuramına ait kütle-enerji bağıntısının birlikte düşünülmeleri durumunda,serbest taneciğin,ölçme öncesinde de fiilî(actual) bir impulsu bulunduğu 5. bölümde gösterilmiştir.Ölçme öncesinde fiilî olduğu düşünülen ve özel görelilik kuramından elde edilen bu klâsik impuls,yerel-olmayışı nedeniyle, Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ile bir tutarsızlıga yolaçmaz (bkz. bölüm 5,(6)).

Ölçme öncesindeki başlangıç hâli $|\Phi(p)\rangle$ 'de (ve, $|p\rangle$ 'de) ortaya çıkan yerel-olmayan klâsik impuls,herhangi bir tutarsızlığa yolaçmadan,ölçme sonrasındaki $|\phi_i\rangle$ hâlinde fiilî(actual) olan kuantum mekaniksel impuls ile birlikte düşünülebilir.Yeni bir impuls kavramına yolaçan bu düşünce,kuantum mekaniğinin Dirac formalizmi çerçevesinde matematiksel olarak anlatılmıştır (bkz. bölüm 5,(8) ve (29)).

Sözkonusu impuls $\mathbb{P}$ 'yi dikkate alarak 5. bölümde oluşturulan genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre,serbest bir taneciğin, ölçme öncesindeki yerel olmayan klâsik impulsu P_K ve ölçme sonrasındaki kuantum mekaniksel impulsu P_{KM},birlikte fiilî'dirler(actual).

Kuantum mekaniğinde ve kuantum mekaniğini kullanan herhangi bir kuramsal çerçevede,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı'ndan dolayı, impuls'un fiilî(actual) olması durumunda,mekân,fiilî olamaz.Aksi hâlde,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ile tutarsızlığa düşülür.İmpuls'un fiilî olması durumunda,mekân'daki belirsizlik mutlaktır (sonsuzdur); bu ise,ancak mekân'ın kuvvede mevcut(potential) olmasıyla mümkündür.

Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye (ve,Koç 1981(d)'de geliştirilmiş bulunan argümana) göre,ölçme öncesi için düşünülen yerel-olmayan klâsik impuls fiilî'dir(actual) ve kuantum mekaniğinin temel postülatları ile bir tutarsızlığa yolaçmaz.Dolayısıyla,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle,ölçme öncesi için,mekân,kuvvede mevcut (potential) olarak düşünülmek ve ölçme öncesini belirleyen tasvirden dışarlanmak zorundadır (bkz. bölüm 5,(27),(31) ve (39),ve ilgili açıklamalar).(1)

Ölçme sonrası için düşünülen kuantum mekaniksel impuls da fiilî'dir (actual).Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle,mekân,ölçme sonrasında da kuvvede mevcut(potential) olarak düşünülmek ve ölçme sonrasını belirleyen tasvirden dışarlanmak zorundadır.

Genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre,serbest taneciğin ölçme öncesindeki başlangıç hâli $|\Phi(p)\rangle$ (ya da,$|p\rangle$) ile tasvir edildiğinde,taneciğin impulsu $\mathbb{P}$,impuls ölçmesi öncesinde de,sonrasında da fiilî'dir(actual).Dolayısıyla,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle,mekân,ölçme öncesini ve sonrasını belirleyen tasvirlerden dışarlanmak ve kuvvede mevcut(potential) olarak düşünülmek zorundadır.

---

(1) Bkz. Ek 4.

Mekân ve impuls,herhangi bir başlangıç hâlinde,kuantum mekaniğine göre kuvvede mevcut(potential) olarak düşünülmek zorundadırlar.Oysa, genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre (yani,özel görelilik kuramının kuantum mekaniği ile birlikte düşünülmesi durumunda),herhangi bir başlangıç hâli için,mekân,kuvvede mevcut'tur;ancak,yerel-olmayan klâsik impuls fiilî'dir(actual).Mekân'ın kuvvede mevcut olması durumunda,mekân koordinatındaki belirsizlik mutlaktır (sonsuzdur);dolayısıyla,impulsun ölçme öncesinde fiilî olması Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ile bir tutarsızlık ortaya çıkarmaz.

Mekân'ın fiiliyet(actuality,gerçeklik,hakikat) kazanması,ancak mekân koordinatının ölçülmesi (yani,taneciğin mekânın neresinde bulunduğunun belirlenmesi) hâlinde mümkündür.Ancak,mekân'a fiiliyet kazandıran gözlem (ölçme) öncesinde,mekân,kuvvede mevcut'tur (potential);oysa,genişletilmiş kuantum mekaniği KM^E 'ye göre,yerel-olmayan klâsik impuls,impuls'a fiiliyet kazandıran ölçme öncesinde fiilî'dir.Dolayısıyla,KM^E 'de tanımlanan impuls (bkz. bölüm 5,(8) ve (29)),herhangi bir başlangıç hâlinde fiilî'dir ve,mekân,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle kuvvede mevcut olmak zorundadır.

Bu sonuçlar şöylece özetlenebilir:

(a) Mekân (yer,mahâl),ancak mekâna bağımlı bir gözlemin (ölçmenin) yapılmış olması hâlinde fiiliyet(actuality,gerçeklik,hakikat) kazanır.Mekân'a bağımlı bir gözlemin yapılmamış olması hâlinde, mekân,kuvvede mevcut'tur(potential).

(b) Mekân,mekâna fiiliyet kazandıran herhangi bir gözlem (ölçme) öncesinde kuvvede mevcut'tur.

(c) Yerel-olmayan klâsik impuls,impulsa ya da mekâna bağımlı bir gözlem (ölçme) öncesinde fiilî'dir ve,mekân,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı nedeniyle kuvvede mevcut olmak zorundadır.

(d) İmpuls,impulsa fiiliyet kazandıran bir ölçme sonrasında da fiilî'dir ve,mekân,kuvvede mevcut'tur.

(c) ve (d) 'den açıkça görüldüğü üzere,impulsa bağımlı bir ölçmenin <u>öncesindeki</u> ve <u>sonrasındaki</u> <u>gerçek</u>'i(actuality,gerçeklik,hakikat) anlatan tasvirlerden,<u>mekân</u>,kategorik olarak dışarlanmak zorundadır. Bu tasvirler bakımından <u>mekân</u>,ancak <u>kuvvede mevcut</u>(potential) olabilir.Böylece,<u>mekân</u>'ı dışarlamak zorunda bulunan bu tür tasvirlerde, ölçme <u>öncesi</u> ve <u>sonrası</u> için,<u>impuls</u>'un <u>fiilî</u>(actual) mevcudiyeti gösterilmiş olmaktadır.

Bundan da,Giriş'in başlangıcında belirlenen "Doğa'daki nesnelerin tasvirleri için <u>mekân</u> <u>zorunlu</u> mudur ?" sorununa bağlı olarak şu sonuç çıkmaktadır:

> <u>Mekân</u>,bazı dinamik tasvirlerden (ölçme <u>öncesi</u> ve <u>sonrası</u> için) dışarlanmak zorundadır;dolayısıyla,doğa'daki nesnelerin dinamik tasvirlerinde <u>mekân</u>'ın kullanılması zorunlu değildir.

Bu sonuca yolaçan düşünceler,Giriş'te belirtilmiş olduğu üzere, kuantum mekaniğinin temellerinde ortaya çıkmış bulunan felsefi problematik dikkate alınarak oluşturulmuştur.

Kuantum mekaniğinin verdiği tasvirlerin <u>tam olmadığını</u> ileri süren Einstein-Podolsky-Rosen makalesi,3. bölümde incelenmiştir.Kuantum mekaniksel tasvirlerin tam olmadığının geçerli bir argümanla gösterilmesi,5. bölümde önerilen genişletilmiş kuantum mekaniğinin düşünülmesini mümkün kılmıştır.

4. bölümde,Bell argümanı çözümlenerek Bell teoremi belirlenmiştir. Bell teoreminin,Einstein-Podolsky-Rosen argümanının reddedilmesine yolaçmadığı ve genişletilmiş kuantum mekaniğinin önerilmesini engellemediği gösterilmiştir.Dolayısıyla,"doğa'daki nesnelerin dinamik tasvirlerinde <u>mekân</u>'ın kullanılması zorunlu değildir" iddiası,kuantum mekaniğinin felsefi problematiğinden bağımsız bir iddiadır.Yani,sözkonusu problematiği kullanarak bu iddiayı çürütmek mümkün görünmemektedir.

Yukardaki sonucun,Kant'ın,"mekân,hassasiyetimizin(sensibility,duyumsallık) form'udur" (bkz. Kant 1965,s.74) tezi bakımından içerdiği düşüncelerin araştırılması başlıbaşına bir inceleme konusudur.Ancak, bu incelemede ortaya çıkmış bulunan sonucun elverdiği ölçüde şu iddia ileri sürülebilir:

> Doğa'daki nesnelerin bilgisi için
> mekân zorunlu değildir.

Sözkonusu bilgi,nesnelerin tasvirlerinden elde edilen bilgidir.Bazı tasvirlerden mekân'ın kategorik olarak dışarlanması nedeniyle,bu tasvirlerin verdiği bilgi,mekân'a bağımlı değildir.

Kant'a göre,mekân tasavvuru,algılamadan önce,*a priori* olarak zihinde mevcuttur.Ancak,böyle bir görüş,mekân'ı dışarlayan bilginin mümkünlüğünün reddedilmesine yolaçmaz.Bilgiyi,mekân'a bağımlı hassasiyet sensibility,duyumsallık) ile sınırlandırmadığımız sürece,bu incelemede ortaya çıkan sonuç,Kant'ın mekân hakkındaki görüşleriyle bağdaştırılabilir görünmektedir.Yani,bu incelemede ortaya çıkan sonucun,doğru olması hâlinde,Kant'ın mekân anlayışının reddedilmesine yolaçmadığı gösterilebilir.Ancak,doğa'daki nesnelerin bilgisini zorunlu olarak mekân'a bağımlı kılan (ve,mekân ile sınırlandıran) herhangi bir epistemoloji anlayışı,bu incelemede ortaya çıkan sonuca göre yetersiz veya yanlış olmak durumundadır.

Doğa'daki nesneler bakımından,mekân'ın fiiliyet'inin(actuality) zorunlu olmayışı,ya da farklı bir deyişle,mekân'ın kuvvede mevcut (potential) olabilmesi,sözkonusu nesneler hakkında ontolojik nitelikte bazı düşüncelere yolaçmaktadır.Bu düşüncelere kısaca değinmeden önce,Leibniz tarafından ileri sürülmüş bulunan metafiziksel bir ilkenin,bu incelemede ortaya çıkmış bulunan sonuç bakımından değerlendirilmesi uygun olacaktır.

Leibniz,cevher'ler(substance,töz) hakkında şu ilkeyi ortaya koymaktadır: "iki cevherin kesinlikle(exactly) benzer ve sayısal bakımdan (solo numero) farklı olabilmesi doğru değildir" (bkz. Leibniz 1931, s.14,IX).Aynı ilkeyi,Monadoloji'de şöyle dile getiriyor: "Tabii ki, her Monad'ın,başka her Monad'dan farklı olması gerekir.Çünkü,doğa'da, tamamiyle birbirine benzeyen ve aralarında içsel bir fark(internal difference),ya da en azından,özünlü(intrinsic) bir nitelik üzerinde temellendirilen bir fark bulunması mümkün olmayan iki varlık(being) asla bulunmaz." (bkz. Leibniz 1898,s.222,9).Benzer olarak,Clarke'a yazdığı bir mektupta şunu ileri sürüyor: "Birbirinden ayırdedilemeyen iki birey(individual) gibi bir şey yoktur. ... Mikroskop ile gözlenen iki su veya süt damlası,birbirinden ayrılabilir olarak görünecektir.Bu,yanlışlığı gerçek metafiziğin ilkeleriyle gösterilen boşluk (vacuum) gibi,atomlara karşı bir argümandır.Yeterli neden(sufficient reason) ve özdeşlerin ayırdedilemezliği(identity of indiscernibles) gibi büyük ilkeler,metafiziğin durumunu değiştirmektedirler." (bkz. The Leibniz-Clarke Correspondence 1956,s.36-37).

Özdeşlerin Ayırdedilemezliği İlkesi'ne,McTaggart,Leibniz'in eserlerindeki olumsuz(negative) dile getirilişe uygun olarak,Farklıların Benzeşmezliği İlkesi(Dissimilarity of the Diverse) adını vermektedir (bkz. Broad 1975,s.39).

Yukardaki alıntılardan hareket ederek,bu ilkeyi kısaca şöyle gösterebiliriz:

$$\sim \Diamond_M (\exists x)(\exists y)((x \neq y).(F)(Fx \equiv Fy)) \quad \ldots (L)$$

(L),şunu dile getirmektedir:

> Sayısal bakımdan farklı olan ve niteliksel olarak her bakımdan benzeşen iki şeyin (yani,x ile y) bulunması,metafiziksel bakımdan mümkün değildir.

(L),empirik içerikli bir ilkedir;Leibniz'in ontolojisinde metafiziksel bakımdan zorunlu bir ilke olarak kullanılmaktadır (bkz. Rescher 1967,s.47-49;Broad 1975,s.39-41).

Leibniz'e göre mekân,monadların bağıntı'ları sonucu ortaya çıkar: Bu nedenle,mekân,nitelik değildir.Dolayısıyla,(L) 'de kullanılan ve nitelikleri gösteren " F ",mekân için kullanılamaz.Bu nedenle,Farklıların Benzeşmezliği İlkesi'ne göre,mekânda farklı yerlerde bulunmak, niteliksel bakımdan,sayısal farkın (yani,$x \neq y$) gerekli bir koşulu şeklinde düşünülemez.

Mekân'ın kategorik olarak düşünülemediği durumlarda,doğa'daki şeylerin sayısal farklarından sözedilebileceği gibi bir iddia,Leibniz'in metafiziği ile tutarsız değildir.Dolayısıyla,bu incelemede ulaşılan sonuca göre,bazı tasvirlerden mekân'ın kategorik olarak dışarlanması, Farklıların Benzeşmezliği İlkesi'nin reddedilmesine yolaçmaz.Bu incelemede ulaşılan sonuca göre,sayısal farklar mekân kategorisi ile sınırlandırılamaz;dolayısıyla,bazı durumlarda mekân bakımından sayısal fark düşünülememesi,Farklıların Benzeşmezliği İlkesi'nin reddedilmesini gerektirmez.Ayrıca,sözkonusu ilkenin metafiziksel bakımdan zorunlu olması nedeniyle,sayısal bakımdan farklı ve niteliksel olarak her bakımdan benzeşen iki nesnenin düşünülmesinin metafiziksel mümkünlüğünden sözedemeyeceğimiz açık bir biçimde görülmektedir.

Özdeşlik'i mekân'a bağımlı kılmak şeklindeki yanlışların analitik felsefe bağlamında pek sık yapıldığını görüyoruz.Analitik felsefenin, metafizik ve ontoloji bakımından kavramsal derinlikten yoksun olması nedeniyle ortaya çıkan bu tür yanlışlara,bu tür felsefenin önde gelen düşünürlerinden Strawson'un şu temelsiz iddiasını örnek verebiliriz: "Maddesel bir şeyin özdeşliği için gereklerden bir tanesi,bu şeyin varolmasının(existence),zamanda sürekli olması gibi,mekânda da sürekli olmasıdır." (bkz. Strawson 1959,s.37).Bu incelemede ortaya çıkan sonuca göre,doğa'daki nesnelerin bazı tasvirlerinden mekân'ın kategorik olarak dışarlanması,Strawson'un bu iddiasının reddedilmesine yolaçar.Analitik felsefedeki bu tür yanlışların derli toplu bir değerlendirmesi başlı başına bir araştırma konusudur.(Diğer bazı örnekler için bkz. Coburn 1971,s.51-52.)

Bu incelemede ortaya çıkan sonuca göre,mekân'ın fiiliyet(actuality, gerçeklik) kazanması için,nesnelerin,mekâna bağımlı bir şekilde gözlemlenmiş olması şarttır.Ancak,gözlem öncesinde fiilî dinamik değişkenlerin mevcut olduğu 5. bölümde gösterilmiştir.Dolayısıyla,bu incelemenin sonucunun,doğa'daki nesnelerin varolmasını,bu nesnelerin gözlemlenmiş olmasına bağımlı kılan sübjektif idealist bir epistemoloji ve ontoloji anlayışına yolaçtığı söylenemez.

Nesnelerin gözlemlenmemiş olması durumunda,fiilî bir mekân'dan sözedilemez.O zaman,böyle bir durum için,nesnelerin belirli dış sınır'ları da düşünülemez.Bir nesnenin dış sınır'ını,bu nesnenin mekândaki yeri belirler.Ancak,mekâna bağımlı bir gözlem öncesinde,mekân'ın kuvvede mevcut(potential) olması nedeniyle,dış sınır da fiilî olamaz. Dolayısıyla,nesnelerin dış sınır'ları,bu nesnelerin mekâna bağımlı bir şekilde gözlemlenmeleri sonucu fiiliyet(actuality) kazanır.Mekâna bağımlı bir gözlem yapılmamış olması durumunda veya makâna bağımlı bir gözlem öncesinde,nesnelerin fiilî dış sınır'larını düşünemeyiz.

Nesnelerin mekândaki çokluk'una(plurality),bu nesnelerin mekânda farklı yerlerde bulunmaları yolaçar.Nesnelerin,mekândaki farklı yerlerinden dolayı ortaya çıkan farklı dış sınır'ları,nesnelerin mekân bakımından sayılabilmesini mümkün kılar.Nesnelerin dış sınırlarının gözlem öncesinde fiilî(actual) olmayışı nedeniyle,bu nesnelerin, farklı yerler ve farklı dış sınırlar bakımından ortaya çıkan sayılabilirliği (yani,sayısal çokluğu),gözlem öncesinde mekân bakımından fiilî olamaz.Dolayısıyla,gözlem öncesi için,nesnelerin,mekân bakımından sayısal çokluğu düşünülemez;ancak,bu nesneler arasında,mekâna bağımlı olmayan sayısal farklardan sözedilebilir (bkz.bölüm 5,resim 2).

Bu nedenlerden dolayı,doğa'daki nesnelerin çokçu(pluralist) bir ontolojisi,mekân bakımından ortaya çıkan sayısal farklar üzerinde temellendirilemez.

Mekân,mekâna bağımlı gözlem öncesinde fiilî(actual) degildir. Mekân'a bağımlı değişme'lerin(change) de gözlem öncesinde fiilî olduklarıı söylenemez.Mekân'a bağımlı düşünülen değişme,gerçek bir değişme(actual change) olamaz.

Mekân'ın,gözlemden bağımsız gerçeklik'i(actuality) düşünülemez. Yani,mekân,doğa'daki nesneler bakımından zorunlu,temel ve indirgenemez (irreducible) bir kategori değildir.Dolayısıyla,Parmenides'in doğrultusunda,mekân'da değişme olarak görünenlerin,aslında gerçek degişme olmadıkları söylenebilir.Mekân'da gerçek değişme bulunamaz.

Ancak,bu incelemede ortaya çıkan sonuca göre,degişme,mekân'da meydana gelmek gibi bir şart ile sınırlandırılamaz.Mekân'ı kategorik olarak dışarlayan değişme'den sözedilebileceği 5. bölümde gösterilmiştir; yani,mekânsal olmayan bir energeia hâli düşünülebilir.Dolayısıyla, Herakleitos'un doğrultusunda,doğa'daki nesnelerin,mekânsal olmayan bu energeia hâlinde,durup dinlenmeden değişmek zorunda bulundukları söylenebilir.

Mekân ve mekânsal hareket,gerçek değişme bağlamında düşünülemez. Dolayısıyla,gerçek değişme,mekânsal olmayışı nedeniyle,Zeno'nun paradokslarına yolaçmaz.Bu incelemede,kuantum kuramının temellerinden hareket edilerek ulaşılmış bulunan sonuçlar,Herakleitos'un doğa anlayışına yakın görünmektedir.

Ek 1

Yerel-olmayan İmpuls Ölçmeleri

Serbest bir elektronun yerel-olmayan impuls ölçmesinin mümkünlüğünü kabûl eden Heisenberg,bu konuda şu düşünceleri ileri sürüyor: "d)Enerji ölçmeleri: Serbest bir elektronunun enerjisinin ölçülmesi, hızının ölçülmesi ile özdeştir;böylece,olanaklı yöntemlerin büyük bir kısmı zaten ele alınmış oluyor.Serbest elektronların enerjilerinin ölçülmesi için daha tartışılmamış bir yöntem,elektronların,geciktirici bir alan'a(retarding field) karşı hareket etmelerini sağlamaktır. Eğer,elektron alanın içinden geçerse,alışılagelen,klâsik kuramın sonucunu kabûl etmektir;öyle ki,elektronun enerjisi E,alandaki en yüksek enerjiyi gösteren V 'den kesinlikle büyüktür;ve eğer elektron yansımışsa,enerjisi bu kritik değerden daha küçüktür.Böyle bir sonuç,kuantum kuramına göre elbette yanlıştır;bu nedenle,sözkonusu yöntemin kısa bir tartışması burada verilecektir.Eğer,potansiyel engelin genişliği elektronun de Broglie dalga boyu λ ile karşılaştırılabilir ise, belli bir sayıda elektron,enerjileri E klâsik kuramda gerekli olan kritik değerden daha az olduğu hâlde,potansiyel engelin içine işlerler.Bu sayı,engelin genişliği ve (V - E) arttığında eksponensiyel olarak azalır.Tersine,E > V olduğunda,potansiyel, λ uzaklığında ayırt edilebilir ölçüde degişiyorsa,belli bir sayıda elektron yansıyacaktır. Bu koşullar,yapılabilir herhangi bir deneyde gerçekleştirilemez ve, klâsik kuramın sonuçları,ayırt edilebilir bir hata olmaksızın kullanılabilir.Ancak,taslağı çizilmiş olan bu durumun matematiksel olarak ele alınması önemlidir ve bu nedenle,sözkonusu durum,potansiyel dağılımda ani bir süreksizlik olması hâli için açıklanacaktır.Tek bir elektronun Schrödinger denklemi kullanılacaktır;bu,maddenin dalgasal kuramı ile özdeş değildir,çünkü,maddenin dalgasal kuramı,dalganın kendi üzerine tepkimesini dikkate alır.Potansiyel dağılım şekil 10'da gösterilmiştir." (Bkz. Heisenberg 1949,s.39-40)

Dolayısıyla,5. bölümde düşünülen yerel-olmayan kuantum mekaniksel impulsun nasıl ölçülebileceği açıklık kazanmaktadır.Konuya ilişkin hesapları Heisenberg vermektedir (bkz. Heisenberg 1949,s.39-41). Benzer hesaplamalar,herhangi bir kuantum mekaniği kitabından da elde edilebilir.

Böylece,5. bölümdeki impuls $\mathbb{P}$ 'nin,kuantum mekaniğinin ilkeleri bakımından,ölçülebilir bir nicelik (dinamik değişken) oldugu gösterilmiş bulunmaktadır.

Ek 2

Yer Değişme Bağıntıları

5. bölümde,(14),(26) ve (29) ile tanımlanan P_{KM}, P_K ve $\mathbb{P}$ operatörleri,çarpmada yer değişirler:

$$(P_K P_{KM})_{jj} = (P_{KM} P_K)_{jj} = 0 \qquad \ldots (2.1)$$

$$(P_K \mathbb{P})_{jj} = (\mathbb{P} P_K)_{jj} = p^2 \qquad \ldots (2.2)$$

$$(P_{KM} \mathbb{P})_{jj} = (\mathbb{P} P_{KM})_{jj} = \hbar^2 k^2 \qquad \ldots (2.3)$$

$$(P_K P_{KM})_{jk} = (P_K \mathbb{P})_{jk} = (P_{KM} \mathbb{P})_{jk} = (-1)^j (ip\hbar k), j \neq k; j,k=1,2 \qquad \ldots (2.4)$$

$$[P_K, P_{KM}] = [P_K, \mathbb{P}] = [P_{KM}, \mathbb{P}] = 0 \qquad \ldots (2.5)$$

(2.5) 'deki yer değişme bağıntısı,P_K ve $\mathbb{P}$ operatörlerinin, kuantum mekaniksel impuls operatörü P_{KM} 'nin yerel-olmayışı ile uyum sağladıklarını gösteriyor.Dolayısıyla,P_K,P_{KM} ve $\mathbb{P}$ 'nin aynı tasvirde birlikte kullanılmaları,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ile herhangi bir tutarsızlığa yolaçmaz.

Ek 3

KM^E 'de Beklenilen Değerler

(a) $\langle \mathbb{P} \rangle_{\Phi(p)} = \langle \mathbb{P} \rangle_p = p_k$ (bkz. bölüm 5,(48) ve (49))

5. bölümde,(29) ve (40) 'tan şunları buluruz:

$$\mathbb{P}|\Phi(p)\rangle = (1/\sqrt{2})(\tfrac{1+i}{2})(\mathbb{P}|p\rangle + \mathbb{P}|p_1'\rangle) + (1/\sqrt{2})(\tfrac{1-i}{2})(\mathbb{P}|p\rangle + \mathbb{P}|p_2'\rangle) \quad \ldots (3.1)$$

$$\langle\Phi(p)| = (1/\sqrt{2})(\tfrac{1-i}{2})(\langle p| + \langle p_1'|) + (1/\sqrt{2})(\tfrac{1+i}{2})(\langle p| + \langle p_2'|) \quad \ldots (3.2)$$

5. bölümde,(29) ve (35) 'ten şunu buluruz:

$$\mathbb{P}|p_1'\rangle = p_k|p_1'\rangle + (\hbar k)|p\rangle \quad \text{ve} \quad \mathbb{P}|p_2'\rangle = p_k|p_2'\rangle + (-\hbar k)|p\rangle \quad \ldots (3.3)$$

(3.1)-(3.3) ve 5. bölümdeki (29),(35) ve (37) 'yi kullanarak şunu elde ederiz:

$$\langle \mathbb{P} \rangle_{\Phi(p)} = \langle\Phi(p)|\mathbb{P}|\Phi(p)\rangle = p_k + (1/2)(\hbar k) + (1/2)(-\hbar k) = p_k \quad \ldots (3.4)$$

5. bölümde,(35) ve (37) 'den şunu elde ederiz:

$$\langle \mathbb{P} \rangle_p = \langle p|\mathbb{P}|p\rangle = p_k\langle p|p\rangle + (\hbar k)\langle p|p_1'\rangle = p_k \quad \ldots (3.5)$$

* (b) 5. bölümdeki (50) ve (51) 'in bulunması için, bkz. 5. bölüm,(32).

* (c) $\langle P_K \rangle_{\Phi(p)} = \langle P_K \rangle_p = p_k$ (bkz. bölüm 5,(52) ve (53))

5. bölümde,(26) ve (40) 'tan şunu buluruz:

$$P_K|\Phi(p)\rangle = (1/\sqrt{2})(\tfrac{1+i}{2})(P_K|p\rangle + P_K|p_1'\rangle) + (1/\sqrt{2})(\tfrac{1-i}{2})(P_K|p\rangle + P_K|p_2'\rangle) \quad \ldots (3.6)$$

(3.2) ve (3.6) 'yı kullanarak şunu buluruz:

$$\langle P_K \rangle_{\Phi(p)} = p_k \quad \ldots (3.7)$$

$\langle P_K \rangle_p$ ise doğrudan, 5. bölümdeki (28) 'den bulunur.

* (d) $\langle P_K \rangle_{\phi_1} = \langle P_K \rangle_{\phi_2} = p_k$ (bkz. bölüm 5,(54) ve (55))

5. bölümdeki (17) ve (26) 'yı kullanarak doğrudan elde edilir.

* (e) $\langle P_{KM} \rangle_{\Phi(p)} = \langle P_{KM} \rangle_p = 0$ (bkz. bölüm 5,(56) ve (57))

(14) ile (40) ve (14) ile (27) 'den doğrudan bulunur.

* (f) $\langle P_{KM} \rangle_{\phi_1} = \hbar k$ ve $\langle P_{KM} \rangle_{\phi_2} = -\hbar k$ (bkz. bölüm 5,(58) ve (59))

(14) ile (31) 'den doğrudan bulunur.

Ek 4

Genişletilmiş Kuantum Mekaniği ve Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı

$$(\Delta \mathbb{P}) = (\langle \mathbb{P}^2 \rangle - \langle \mathbb{P} \rangle^2)^{1/2} \quad \ldots (4.1)$$

tanımını kullanarak, $|p\rangle$, $|\emptyset_1\rangle$ ve $|\emptyset_2\rangle$ ket vektörleri için,impuls $\mathbb{P}$ 'nin belirsizliğinin sıfır olduğunu göstereceğiz.Dolayısıyla, $|p\rangle$ $|\emptyset_1\rangle$ ve $|\emptyset_2\rangle$ vektörlerinin,Heisenberg Belirsizlik Bağıntısı ile tutarlı hâller tanımladıkları gösterilmiş olacaktır.

5. bölümdeki (14) ve (26) 'dan şunları buluruz:

$$P_K^2|\emptyset_1\rangle = p_k^2|\emptyset_1\rangle \quad \text{ve} \quad P_K^2|\emptyset_2\rangle = p_k^2|\emptyset_2\rangle \text{ ve } P_K^2|p\rangle = p_k^2|p\rangle \quad \ldots (4.2)$$

Tanım (29) ise şunu verir:

$$\mathbb{P}^2 = (P_K + P_{KM})^2 \quad \ldots (4.3)$$

(14),(17),(26) ve (27) 'den şunları elde ederiz:

$$P_K P_{KM}|p\rangle = P_{KM}P_K|p\rangle = 0 \qquad \text{(bkz. Ek 3,(e))} \quad \ldots (4.4)$$

$$P_K P_{KM}|\emptyset_1\rangle = P_K P_{KM}|\emptyset_1\rangle = (\hbar k)(p_k)|\emptyset_1\rangle \quad \ldots (4.5)$$

$$P_K P_{KM}|\emptyset_2\rangle = P_{KM}P_K|\emptyset_2\rangle = (-\hbar k)(p_k)|\emptyset_2\rangle \quad \ldots (4.6)$$

(4.3)-(4.6) 'yı kullanarak şunları buluruz:

$$\langle \mathbb{P} \rangle^2_{\emptyset_1} = \langle P_K \rangle^2_{\emptyset_1} + 2\langle P_K\rangle\langle P_{KM}\rangle_{\emptyset_1} + \langle P_{KM}\rangle^2_{\emptyset_1} \quad \ldots (4.7)$$

$$\langle \mathbb{P} \rangle^2_{\emptyset_2} = \langle P_K \rangle^2_{\emptyset_2} + 2\langle P_K\rangle\langle P_{KM}\rangle_{\emptyset_2} + \langle P_{KM}\rangle^2_{\emptyset_2} \quad \ldots (4.8)$$

$$\langle \mathbb{P} \rangle^2_{p} = \langle P_K \rangle^2_{p} + \langle P_{KM}\rangle^2_{p} \quad \ldots (4.9)$$

(4.1),(4.3),(4.4)-(4.9) 'u kullanarak şunları buluruz :

$$(\Delta \mathbb{P})_p = (\langle \mathbb{P}^2\rangle_p - \langle \mathbb{P} \rangle^2_p)^{1/2} = 0 \quad \ldots (4.10)$$

$$(\Delta \mathbb{P})_{\emptyset_1} = (\langle \mathbb{P}^2\rangle_{\emptyset_1} - \langle \mathbb{P} \rangle^2_{\emptyset_1})^{1/2} = 0 \quad \ldots (4.11)$$

$$(\Delta \mathbb{P})_{\emptyset_2} = (\langle \mathbb{P}^2\rangle_{\emptyset_1} - \langle \mathbb{P} \rangle^2_{\emptyset_2})^{1/2} = 0 \quad \ldots (4.12)$$

(4.10)-(4.12) ile, $|p\rangle$, $|\emptyset_1\rangle$ ve $|\emptyset_2\rangle$ hâlleri için,impulstaki belirsizlik sıfırdır;dolayısıyla,sözkonusu hâller yerel olamaz.

Kaynaklar

Bell,J.S.: "On the Einstein Podolsky Rosen Paradox",Physics, 1(1964)195

... : "Introduction to the Hidden Variable Question" (Foundations of Quantum Mechanics,ed.B.d'Espagnat,Academic Press, 1971)

Bohm,D.,Y.Aharonov: "Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein,Rosen,and Podolsky",Phys.Rev.,108(1957)1070

Bohm,D.: Quantum Theory (Prentice Hall,1959)

Bohm,D.,Y.Aharonov: "Further Discussions of Possible Experimental Tests for the Paradox of Einstein,Podolsky,and Rosen,II", Nuo.Cim.,17(1960)964

Bohr,N.: "Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?",Phys. Rev.,48(1935)696

... : "Discussions with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics" (Albert Einstein: Philosopher-Scientist,ed. P.A.Schilpp,Cambridge 1969)

Breitenberger,E.: "On the So-called Paradox of Einstein,Podolsky,and Rosen",Il Nuo.Cim.,XXXVIII,No.1(1965)356

Broad,C.D.: Leibniz-An Introduction (Cambridge,1975)

Clauser,J.F.,A.Shimony: "Bell's theorem: Experimental Tests and Implications",Rep.Prog.Phys.,41(1978)1881

Coburn,R.C.: "Identity and Spatiotemporal Continuity",(Identity and Individuation,ed.M.K.Munitz,N.Y. Univ. Press,1971)

De Beauregard,O.C. (a): "Time Symmetry and the Einstein Paradox" Il Nuo.Cim.,42B(1977)41

... (b): "Experimental Evidence of the Einstein Paradox",Lett.al Nuo.Cim.,19(1977)113

Descartes,R.: A Discourse on Method (Çev. J.Veitch,Everyman's Library,1975)

d'Espagnat,B.: The Conceptual Foundations of Quantum Mechanics (Benjamin,1971)

... : "Quantum Logic and Non-seperability" (The Physicist's Conception of Nature,ed. J.Mehra;D.Reidel,1973)

Devellioğlu,F.: Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat (Doğu Ltd.Şkt. Matbaası,1970)

Dirac,P.A.M.: The Principles of Quantum Mechanics (Oxford,1962)

Einstein,A. : "Concerning An Heuristic Point of View Toward the Emission and Transformation of Light",Annalen der Physik,17(1905) 132 (Çeviren A.B.Arons,M.B.Peppard,Amer.J.Phys.,33(1965)367)

Einstein,A.,R.C.Tolman,B.Podolsky: "Knowledge of Past and Future in Quantum Mechanics",Phys.Rev.,37 s.2(1931)780

Einstein,A.,B.Podolsky,N.Rosen: "Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ? ",Phys.Rev., 47(1935)777

Einstein,A.: "Autobiographical Notes" (Albert Einstein: Philosopher-Scientist,ed.P.A.Schilpp,Cambridge,1969)

Erlichson,H.: "The Einstein-Podolsky-Rosen Paradox",Phil.Scien., 39(1972)83

Feyerabend,P.K.: "On A Recent Critique of Complementarity: Part I", Phil.Scien.,36(1968)309

... : "On A Recent Critique of Complementarity: Part II", Phil,Scien.,36(1969)82

Fine,A.: "Probability and Interpretation of Quantum Mechanics", Brit.J.Phil.Scien.,24(1973)1

... : "On the Completeness of Quantum Theory",Synthese, 29(1974)257

Fox,R.: "Investigations of Einstein,Podolsky,and for Ultrasmall Space-Time Intervals",Phys.Rev.D,6(1972)413

Freund,P.G.O.: "Fermionic Hidden Variables and Einstein-Podolsky-Rosen Correlations",Phys.Rev.D,24(1981)1526

Gardner,M.R.: "Quantum-Theoretical Realism: Popper and Einstein versus Kochen and Specker",Brit.J.Phil.Scien.,23(1972)13

Ghirardi,G.C.,A.Rimini,T.Weber: "A Reformulation and a Possible Modification of Quantum Mechanics and the EPR Paradox", Il Nuo.Cim.,36B(1976)97

Heisenberg,W.: The Physical Principles of Quantum Theory (Dover 1949)

Hooker,C.A.: "Sharp and the Refutation of the Einstein,Podolsky,Rosen Paradox",Phil.Scien.,38(1971)224

... : "The Nature of Quantum Mechanical Reality" (Paradigms and Paradoxes,ed.R.Colodny,Univ.of Pittsburgh Press,1972)

Jammer,M.: Concepts of Space (Harvard,1969)

Inglis,D.R.: "Completeness of Quantum Mechanics and Charge-Conjagation Correlations of Theta Particles",Rev.Mod.Phys.,33(1961)1

Kant,I.: Critique of Pure Reason (Çeviren N.K.Smith,Macmillan,1965)
... : Prolegomena to Any Future Metaphysics (1902 Carus çevirisini gözden geçirerek sunan L.W.Beck,Bobbs-Merrill,1975)
Kemble,E.C.: The Fundamental Principles of Quantum Mechanics (McGraw Hill,1937)
Koç,Y.: "Doğa'nın Kuantum Mekaniksel Betimlemesi ve Ölçme Sorunu" (İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Sistematik Felsefe Kürsüsü,Doktora Tezi,1978)
... : "A Non-completeness Argument for Quantum Mechanics(Analysis of the EPR Paper)",Phys.Letts.,79A(1980)9
...(a): "A Critical Analysis of N.Bohr's Reply to the EPR Argument", Phys.Letts.,81A(1981)436
...(b): "Reconstruction of the Past and Inadequacy of the Correspondence Principle in Quantum Theory",Phys.Letts.,83A(1981)151
...(c): "A Critical Analysis of N.Bohr's Reply to the EPR Argument Revisited",Phys.Letts.,86A(1981)217
...(d): "Retrodiction of the Transferred Momentum in Measurement and Non-local Determinism in Quantum Theory",Phys.Letts.,86A(1981)401
...(e): "Kuantum Mekaniği Felsefesine Kısa Bir Bakış (1)", Çağdaş Fizik,12(1981)8
...(f): "Non-local Determinism and Momentum Confinement in Quantum Theory" (Yayınlanmamış makale,1981)
...(a): "Some Remarks on the Non-interaction Assumption in the Einstein-Podolsky-Roser Argument" (Phys.Letts. A'da yayınlanmak üzere kabûl edilmiş makale ,1982)
...(b): "Kuantum Mekaniği Felsefesine Kısa Bir Bakış (2)", Çağdaş Fizik,13(1982)5
Kramers,H.A.: Quantum Mechanics (North Holland,1958)
Krips,H.P.: "Two Paradoxes in Quantum Mechanics",Phil.Sien. 36(1969)145
Kurşunoğlu,B.: Modern Quantum Theory (Freeman and Co.,1962)
Laertius,D.: The Lives and Opinions of Eminent Philosophers (çeviren C.D. Yonge,London,1853)
Leclerc,I.: Whitehead's Metaphysics (Allen and Unwin,1958)
Leibniz,G.W.V.: The Monadology (çeviren R.Latta,Clarendon Press,1898)
... : Discourse on Metaphysics (çeviren G.R.Montgomery, Open Court 1931)
... : (The Leibniz-Clarke Correspondence),(Manchester Univ.Press,1956)

Mattuck,D.: "Non-locality in Bohm-Bub's Hidden Variable Theory and the Einstein,Podolsky,Rosen Paradox",Phys.Letts.,81A(1981)331

McGrath,J.H.: "A Formal Statement of the Einstein,Podolsky,Rosen Argument",Int.J.Theo.Phys.,17(1978)557

Mermin,N.D.: "Quantum Mysteries for Anyone",The Journal of Philosophy,(Temmuz 1981)397

Mirman,R.: "The Einstein-Podolsky-Rosen Paradox",Il Nuo.Cim. 16B(1973)398

Newton,I.: Principia (çeviren A.Motte,Univ.of California Press,1962)

Pauli,W.: General Principles of Quantum Mechanics (Springer-Verlag, 1980)

Popper,K.: The Logic of Scientific Discovery (Harper and Row,1968)

Popper,K.,J-P.Vigier,A.Garuccio: "Possible Direct Physical Detection of de Broglie Waves",Phys.Letts.,86A(1981)397

Reichenbach,H.: The Philosophy of Space and Time (Dover,1957)

Reisler,D.L.: "The Epistemological Basis of Einstein's,Podolsky's,and Rosen's Objection to Quantum Theory",Amer.J.Phys.,39(1971)821

Rescher,N.: The Philosophy of Leibniz (Prentice Hall,1967)

Russell,B.: A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz (Allen and Unwin,1971)

Scheibe,E.: The Logical Analysis of Quantum Mechanics (Pergamon,1973)

Sklar,L.: Space,Time,and Spacetime (Univ.of California Press,1977)

Strawson,P.F.: Individuals (Methuen and Co.,1959)

Thilly,F.: A History of Philosophy (Allen and Unwin,1953)

van Fraassen,B.: "The Einstein-Podolsky-Rosen Paradox",Synthese, 29(1974)291

von Neumann,J.: Mathematical Foundations of Quantum Mechanics (Princeton Univ.Press,1955)

Whitehead,A.N.: An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge (Cambridge,1925)

... : Process and Reality (Cambridge,1929)

... : Modes of Thought (Free Press,1968)

Wieder,S.: The Foundations of Quantum Theory (Academic Press,1973)

Wigner,E.: "The Subject of Our Discussions" (Foundations of Quantum Mechanics,ed.B.d'Espagnat,Academic Press,1971)